

Министерство образования и науки Нижегородской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»

**Контрольно- оценочные материалы
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

«ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ»

Специальность: 09.02.07 Информационные системы и программирование

Нижегород, 2023 г.

Комплект контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине разработан на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее СПО) 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного Приказом Министерства просвещения России от 9 декабря 2016 года № 1547.

Организация-разработчик:

ГБПОУ «Нижегородский промышленно-технологический техникум»

1. Паспорт фонда оценочных средств

1.1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Учебная дисциплина «Элементы высшей математики» принадлежит к математическому и общему естественнонаучному циклу (ЕН.00).

1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 1, ОК 5,	Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел

**КОС ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ/
РАЗДЕЛАМ И ТЕМАМ**

РАЗДЕЛ 1 ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

Тема 1.1 Матрицы и определители

Фронтальный опрос

- 1 Что называется матрицей?
- 2 Перечислите основные виды матриц.
- 3 Как определяются основные действия над матрицами?
- 4 Что называется определителем второго, третьего, n-го порядков?
- 5 Назовите основные свойства определителей.
- 6 Что называется минором, алгебраическим дополнением элемента определителя?
- 7 Какая матрица называется обратной по отношению к данной матрице?
Как найти матрицу, обратную данной?
- 8 Что называется рангом матрицы? Как найти ранг матрицы?

Проверочная работа 1 Матрицы и определители

I

вариант

1 Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

Найти:

а) произведение A и B;

(2балла)

- б) алгебраические дополнения матрицы В; (2балла)
 в) определитель матрицы А по правилу треугольников; (3балла)
 г) определитель матрицы А разложением по строке. (3балла)
- 2 Вычислить определитель, используя разложение по элементам строки или столбца

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

(5баллов)

II**вариант**

1 Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Найти:

- а) произведение А и В; (2балла)
 б) алгебраические дополнения матрицы В; (2балла)
 в) определитель матрицы А по правилу треугольников; (3балла)
 г) определитель матрицы А разложением по строке. (3балла)
- 2 Вычислить определитель, используя по элементам строки или столбца

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \\ 6 & 3 & 1 & -3 \\ 3 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

(5баллов)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа 2 Обратная матрица. Ранг матрицы

I

вариант

- 1 Найти матрицу, обратную данной $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ (2балл)
- 2 Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ (3балла)
- 3 Найти матрицу, обратную данной $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{pmatrix}$ (5баллов)
- 4 Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -8 & -5 & -12 \\ 3 & -7 & 8 & 9 & 13 \end{pmatrix}$ (5баллов)

II

вариант

- 1 Найти матрицу, обратную данной $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ (2балл)
- 2 Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 \\ 3 & 6 & 10 & -4 \\ -1 & 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ (3балла)
- 3 Найти матрицу, обратную данной $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ (5баллов)
- 4 Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ -3 & 2 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 3 & -9 & -1 \\ 7 & 3 & -1 & 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$ (5баллов)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тестовые задания

Спецификация теста:

- 1 Тест гомогенный;
- 2 Тест закрытой формы;
- 3 Количество заданий – 15;
- 4 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 5 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

-5|| – 14-15 баллов

-4|| – 11-13 баллов

-3|| - 8-10 баллов

1 Что называется матрицей?

- а) набор текстовых символов, расположенных в определенном порядке;
- б) прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк и n столбцов;
- в) одномерный массив чисел, состоящий из элементов;
- г) форма представления наглядного материала.

- 2 Выберите правильное утверждение:
- а) матрица может иметь любое число строк и столбцов.
 - б) матрица всегда имеет одинаковое число строк и столбцов.
 - в) матрица не может состоять из одной строки.
 - г) матрица не может состоять из одного столбца.
- 3 Какой закон умножения не выполняется при операциях над матрицами?
- а) дистрибутивный;
 - б) ассоциативный;
 - в) умножение числа на произведение матриц;
 - г) коммутативный.
- 4 Чтобы умножить две матрицы надо...
- а) умножить их соответствующие элементы;
 - б) строки первой умножить на столбцы второй и просуммировать;
 - в) строки первой умножить на строки второй и просуммировать;
 - г) их транспонировать и перемножить элементы.
- 5 Что такое транспонирование матрицы?
- а) перестановка местами столбцов матрицы;
 - б) изменение знака у всех элементов матрицы;
 - в) перестановка местами строк матрицы;
 - г) перестановка местами строк и столбцов с сохранением порядка.
- 6 При перестановке двух строк (столбцов) матрицы ее определитель...
- а) будет равен 0;
 - б) не изменится;
 - в) меняет знак на противоположный;
 - г) сумме элементов переставленных строк (столбцов).

- 7 Если элементы любой строки определителя умножить на соответствующие алгебраические дополнения и произведения сложить, то получим:
- а) отрицательное число;
 - б) ноль;
 - в) любое число;
 - г) величину определителя.
- 8 Как изменится определитель матрицы четвертого порядка, если каждый её элемент умножить на 2?
- а) увеличится в 4 раза;
 - б) увеличится в 16 раз;
 - в) увеличится в 8 раз;
 - г) увеличится в 2 раза.
- 9 Матрица A^{-1} называется обратной к матрице A , если
- а) она читается справа налево также как A слева направо;
 - б) $A \cdot E = A^{-1}A \cdot E = A^{-1}$;
 - в) $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, где E - единичная матрица;
 - г) если после транспонирования она совпадает с данной.
- 10 Обратная матрица для данной матрицы не существует, если
- а) определитель данной матрицы равен нулю;
 - б) в данной матрице хоть один элемент нулевой;
 - в) данная матрица невырожденная;
 - г) в данной матрице элементы главной диагонали нулевые.
- 11 Рангом матрицы называется
- а) наивысший порядок ненулевых миноров;
 - б) количество ненулевых элементов;

в) количество нулевых элементов;

г) наивысший порядок нулевого минора.

12 В результате умножения матриц $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ элемент a_{21} равен

а) 11

б) 5

в) 7

г) -6

13 Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & \\ & 3 & -1 \\ 1 & 4 & \end{vmatrix}$ равен ...

а) -5

б) 5

в) 11

г) -11

14 Алгебраическое дополнение A_{23} определителя $\begin{vmatrix} -4 & 3 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ равно...

а) -2

б) 2

в) 14

г) 1

15 Укажите верные утверждения из числа приведенных:

а) Для любой заданной матрицы можно найти ее определитель;

б) Можно найти произведение $B \cdot A$ матриц A и B , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

в) Матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ можно сложить;

- г) При умножении матрицы на число, достаточно все ее элементы умножить на это число.

Тема 1.2 Системы линейных уравнений и методы их решений

Фронтальный опрос

- а) Общий вид системы линейных уравнений.
- б) Какие системы называются однородными, неоднородными?
- в) Что называется решением системы линейных уравнений?
- г) Какие системы называются определенными, неопределенными?
- д) Напишите формулу Крамера решения системы линейных уравнений. В каких случаях их можно использовать?
- е) Назовите схему решения системы линейных уравнений по методу Гаусса.
- ж) Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.
- з) Опишите матричный способ решения системы линейных уравнений.

Проверочная работа 3 Методы решения систем линейных уравнений

I

вариант

- 1 Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6x_1 \\ 2x_2 - x_3 + 9x_1 = 4x_2 \\ 2x_3 - 3 = \end{cases} \quad (3\text{балла})$$

- 2 Решить систему уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases} \quad (3\text{балла})$$

3 Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 9 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 16 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 = 5 \end{cases} \quad (4\text{балла})$$

II

вариант

1 Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases} \quad (3\text{балла})$$

2 Решить систему уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases} \quad (3\text{балла})$$

3 Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 13 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14 \end{cases} \quad (4\text{балла})$$

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тестовые задания

Спецификация теста:

- 6 Тест гомогенный;
- 7 Тест закрытой формы;
- 8 Количество заданий – 12;
- 9 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 10 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

- 5|| – 11-12 баллов
- 4|| – 9-10 баллов
- 3|| - 7-8 баллов

- 1 Решением системы линейных уравнений являются
 - а) совокупность значений неизвестных, при подстановке которых в уравнения системы, обращают их в тождества;
 - б) приближенные значения неизвестных;
 - в) свободные члены линейных уравнений;
 - г) совокупность значений неизвестных, при подстановке которых в уравнения системы, не обращают их в тождества.
- 2 Система линейных уравнений называется определенной, если
 - а) она имеет единственное решение;
 - б) она имеет два решения;
 - в) она имеет бесконечное множество решений;
 - г) она не имеет решений.
- 3 Две системы линейных уравнений являются эквивалентными, если

- а) не имеют решения;
- б) имеют несколько решений;
- в) имеют одни и те же решения;
- г) имеют точное решение.

4 При решении системы линейных уравнений с квадратной матрицей коэффициентов A формулы Крамера можно применять, если

- а) одно из уравнений системы является линейной комбинацией остальных;
- б) ранг матрицы A равен числу ее неизвестных;
- в) определитель матрицы A отличен от нуля;
- г) столбец свободных членов является ненулевым.

5 Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 4 \end{cases}$$
. Тогда матричная форма записи этой системы имеет вид ...

а)
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

в)
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = (-1 \ 0 \ 4)$$

б)
$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} (x_1 \ x_2 \ x_3) = (-1 \ 0 \ 4)$$

г)
$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix} (x_1 \ x_2 \ x_3) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

6 Идея метода Гаусса заключается в

- а) последовательном исключении неизвестных из уравнений системы;
- б) последовательном решении уравнений;
- в) нахождении определителя системы;
- г) построении графика функции.

7 Укажите систему линейных уравнений, подготовленную к обратному ходу метода Гаусса.

а)
$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 0 \end{cases}$$

в)
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 8x_2 + x_3 = 4 \\ -x_2 + x_3 = 2 \\ 5x_3 = 10 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = 1 \end{cases}$$

8 Если матрица системы n уравнений квадратная и ее определитель не равен нулю, то система

- а) не имеет решений;
- б) имеет единственное решение;
- в) имеет ровно n решений;
- г) имеет бесконечно много решений.

9 При решении системы по правилу Крамера используют формулы

- а) $x_j = \frac{\Delta}{\Delta_j}$;
- б) $x_j = \Delta_j \cdot \Delta$;
- в) $x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}$;
- г) $x_j = \Delta_j - \Delta$.

10 Если $A \cdot X = B$, то

- а) $X = \frac{B}{A}$;
- б) $X = B \cdot A^{-1}$;
- в) $X = A \cdot B$;
- г) $X = A^{-1} \cdot B$.

11 Пусть дана система

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ -x + y + 2z = 2 \\ x + 3y + 5z = 9 \end{cases}$$

Тогда ее решение через обратную матрицу находится как

$$\text{а) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 7 & 3 & -4 \\ -4 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 7 & 2 & -5 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 7 & 3 & -4 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 7 & 2 & -4 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

12 Дана система уравнений.
$$\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 2x + 3z = 8 \\ 3x - 2y = 5 \end{cases}$$
 Найти Δ , Δ_z , z .

а) 19, -38, -2;

б) 19, -19, -1;

в) 19, 38, 2;

г) 19, 19, 1.

РАЗДЕЛ 2 ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Тема 2.1 Основы алгебры векторов

Фронтальный опрос

- 1 Какие величины называются скалярными? векторными?
- 2 Какие два вектора называются равными?
- 3 Какие векторы называются коллинеарными? компланарными?
- 4 Как сложить два вектора? Как их вычесть?
- 5 Как найти координаты вектора по координатам точек его начала и конца?
- 6 Назовите правила сложения, вычитания векторов, заданных в координатной форме. Как умножить вектор на скаляр?
- 7 Как найти длину вектора?
- 8 Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
- 9 Перечислите основные свойства скалярного произведения.
- 10 Как найти скалярное произведение двух векторов по их координатам?
- 11 Напишите формулу для определения угла между двумя векторами.
- 12 Напишите условия: коллинеарности двух векторов; их перпендикулярности.

Проверочная работа 4 Векторы. Действия с векторами

I

вариант

- 1 Разложение вектора \vec{a} по единичным векторам $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ имеет вид: $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$. Найти координаты вектора \vec{a} и его длину. (1 балл)

- 2 Известны координаты точек: $O(0;0;0)$; $A(-5;2)$; $B(7;-1)$;
- а) Постройте вектор $\vec{OC} = \vec{OA} + 2\vec{OB}$; (2балла)
- б) Найдите расстояние между точками А и В. (2балла)
- 4 Даны два вектора $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$.
- Найти $(\vec{a} - 3\vec{b}; \vec{a} + 2\vec{b})$. (5баллов)
- 5 Даны вершины треугольника $A(1;2;4)$,
 $B(4,2,0)$, $C(-2;1)$ Найдите угол ABC. (5баллов)

II

вариант

- 1 Разложение вектора \vec{a} по единичным векторам $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ имеет вид: $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 4\vec{k}$. Найдите координаты вектора \vec{a} и его длину. (1 балл)
- 2 Известны координаты точек: $O(0;0;0)$; $A(-1;1)$; $B(2;1;0)$;
- а) Постройте вектор $\vec{OC} = \vec{OA} + 2\vec{OB}$; (2балла)
- б) Найдите расстояние между точками А и В. (2балла)
- 3 Даны два вектора $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.
- Найти $(\vec{a} - 2\vec{b}; 2\vec{a} + \vec{b})$. (5баллов)
- 4 Даны вершины треугольника $A(2;-3)$, $B(1;-1)$, $C(-2;1)$.
 Найдите угол ABC. (5баллов)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тестовые задания

Спецификация теста:

- 11 Тест гомогенный;
- 12 Тест закрытой формы;
- 13 Количество заданий – 13;
- 14 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 15 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

- 5|| – 12-13 баллов
- 4|| – 10-11 баллов
- 3|| - 8-9 баллов

1 Вектором называется

- а) направленный отрезок любой кривой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – начало вектора, вторая – конец вектора;
- б) отрезок прямой, у которого различают начало и конец;
- в) направленный отрезок прямой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – начало вектора, вторая – конец вектора;
- г) направленный отрезок прямой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка – конец вектора, вторая – начало вектора.

2 Векторы называются коллинеарными, если они лежат

- а) только на одной прямой;

- б) только на параллельных прямых;
- в) на пересекающихся прямых;
- г) либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.

3 Векторы называются компланарными, если они лежат

- а) только в одной плоскости;
- б) только в параллельных плоскостях;
- в) либо в одной плоскости, либо в параллельных плоскостях;
- г) взаимно противоположные векторы.

4 Суммой векторов \vec{a} и \vec{b} , $\vec{a} + \vec{b}$ называется вектор, идущий

- а) из конца вектора \vec{b} в начало вектора \vec{a} ;
- б) из конца вектора \vec{b} в любом направлении;
- в) из начала вектора \vec{a} в конец вектора \vec{b} ;
- г) из конца вектора \vec{a} в направлении противоположном вектору \vec{b} .

5 Ортонормированным базисом называется

- а) совокупность трех взаимно перпендикулярных векторов $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$;
- б) совокупность трех взаимно перпендикулярных векторов $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ с произвольной длиной;
- в) совокупность трех взаимно перпендикулярных векторов $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ с длиной равной единице;
- г) совокупность векторов $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ произвольной длины.

6 Скалярным произведением векторов \vec{a} и \vec{b} называется

- а) число, обозначаемое $(\vec{a}; \vec{b})$ либо $a \cdot b$, равное $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi$;
- б) вектор ортогональный к векторам \vec{a} и \vec{b} , длиной $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$;
- в) число, вычисляемое по формуле $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \operatorname{tg} \varphi$;
- г) число $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$, обозначаемое $(\vec{a}; \vec{b})$ либо $a \cdot b$.

7 Если $\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}(b_1, b_2, b_3)$, то $(\vec{a}; \vec{b})$ равно

a) $(\bar{a}; b) = a_1 \ b_1 \ a_2 \ b_2 \ a_3 \ b_3$

$$\text{б) } \overline{(a;b)} = \overline{(a_1 + b_1)} + \overline{(a_2 + b_2)} + \overline{(a_3 + b_3)}$$

$$\text{в) } \overline{(a;b)} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

$$\overline{\quad} = \quad + \quad + \quad + \quad + \quad +$$

$$\text{г) } \overline{(a;b)} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

8 Всякие два вектора, лежащие на одной прямой, ...

а) ортогональны;

б) коллинеарны;

в) линейно независимы;

г) сонаправлены.

9 В базисе $\{\overline{j}, \overline{k}\}$ векторы $\overline{a} = -3\overline{j}$ $\overline{b} = \overline{k}$ имеют координаты:

$$\text{а) } \overline{a} = \overline{(3; 0; 0)}, \quad \overline{b} = \overline{(1; 0; 0)}$$

$$\text{б) } \overline{a} = \overline{(0; 3; 0)}, \quad \overline{b} = \overline{(0; 0; 1)}$$

$$\text{в) } \overline{a} = \overline{(0; 0; -3)}, \quad \overline{b} = \overline{(1; 0; 0)}$$

$$\text{г) } \overline{a} = \overline{(3; 0; 0)}, \quad \overline{b} = \overline{(1; 0; 1)}$$

10 Найти число λ , при котором векторы $\overline{a} = (4, 6, -2)$ и $\overline{b} = (-1, 3, \lambda)$ будут перпендикулярны:

а) $\lambda = 5$;

б) $\lambda = -6$;

в) $\lambda = 7$;

г) $\lambda = -5$.

11 Даны векторы $\overline{a} = (1, 2, -3)$ и $\overline{b} = (4, -1, 2)$. Найти $(3\overline{a} - 2\overline{b}; \overline{a} + \overline{b})$

а) 0;

б) 64;

в) -5;

г) -4.

12 $\overline{a} = (-2; -3; 2)$, $\overline{b} = (2; 2; 3)$. Найти $\cos(\overline{a}, \overline{b})$.

а) $-\frac{14}{17}$;

$$\text{б) } -\frac{16}{17};$$

в) $\frac{1}{17}$;

г) 0.

13 Свойство скалярного произведения, которое не имеет места

а) $(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c})$

б) $(\lambda \vec{a}, \vec{b}) = \lambda (\vec{a}, \vec{b})$

в) $(\vec{a}, \vec{b}) > 0$

г) $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$

РАЗДЕЛ 3 АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тема 3.1 Прямая на плоскости

Фронтальный опрос

- 1 Дайте определение уравнения прямой.
- 2 Напишите уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, общее уравнение прямой.
- 3 Напишите параметрические уравнения прямой.
- 4 Напишите каноническое уравнение прямой.
- 5 Напишите уравнения прямой: а) с угловым коэффициентом; б) проходящей через данную точку в данном направлении; в) проходящей через две данные точки; г) в «отрезках».
- 6 Напишите формулу для определения угла между двумя прямыми.
- 7 Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух прямых?

Проверочная работа 5 Прямая на плоскости

I

вариант

- 1 Написать уравнение прямой, проходящей через точки А и В, если $A \in (3; 2)$, $B \in (4; 3)$. (1 балл)
- 2 Общее уравнение прямой $-2x + 3y + 6 = 0$ преобразовать к уравнению в отрезках. (1 балл)
- 3 Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $B \in (-2; 3)$ параллельно вектору \vec{s} , если $\vec{s} \in (3; 4)$. (1 балл)
- 4 Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A \in (3; 4)$ и составляющей с положительным направлением (1 балл)

оси ox угол 60° .

- 5 Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M_0 и перпендикулярно вектору \overline{AB} , если известны координаты $M_0(2;2)$, $A(1;-3)$, $B(6;-5)$. (3балла)
- 6 Определить взаимное расположение 2-х прямых $2x - 5y - 20 = 0$ и $5x + 2y - 10 = 0$. (1балл)
- 7 Определить угол между прямыми $x + 5y + 9 = 0$ и $2x + y - 5 = 0$. (2балла)

II

вариант

- 1 Написать уравнение прямой, проходящей через точки A и B , если $A(-4;3)$, $B(-8;3)$. (1 балл)
- 2 Общее уравнение прямой $2x - 3y + 6 = 0$ преобразовать к уравнению в отрезках. (1балл)
- 3 Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $B(-3; -3)$ параллельно вектору \vec{s} , если $\vec{s}(-4; 4)$. (1балл)
- 4 Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-5; 5)$ и составляющей с положительным направлением оси ox угол 45° . (1балл)
- 5 Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M_0 и перпендикулярно вектору \overline{AB} , если известны координаты $M_0(2;2)$, $A(1;-3)$, $B(6;-5)$. (3балла)
- 6 Определить взаимное расположение 2-х прямых $2x - 3y - 21 = 0$ и $3y = 2x - 24$. (1балл)
- 7 Определить угол между прямыми $2x - 3y + 1 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$. (2балла)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тема 3.2 Кривые второго порядка

Фронтальный опрос

- 1 Дайте определение эллипса и назовите его каноническое уравнение. Что такое большая и малая полуоси эллипса, его фокусы, вершины? Укажите их координаты.
- 2 Что такое эксцентриситет эллипса, какой он по значению, что он характеризует?
- 3 Дайте определение гиперболы и назовите ее каноническое уравнение. Что такое действительная и мнимая полуоси гиперболы, асимптоты, фокусы, вершины? Укажите их координаты.
- 4 Что такое эксцентриситет гиперболы, какой он по значению ?
- 5 Дайте определение параболы .
- 6 Укажите каноническое уравнение параболы в зависимости от ее расположения на координатной плоскости.
- 7 Что такое параметр параболы, фокус и директриса параболы?

Проверочная работа 6 Кривые второго порядка

I

вариант

- 1 Составить уравнение эллипса с фокусами на оси Ox , если (2балла)

фокусное расстояние равно 20, эксцентриситет равен $\frac{5}{6}$.

- 2 Дана гипербола $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{63} = 1$. Найти ее эксцентриситет. (2балла)
- 3 Дана парабола $x^2 + 6x - 12y - 3 = 0$. Составить уравнение ее директрисы. (2балла)
- 4 Найти координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, описываемого уравнением $3x^2 + 9y^2 = 2$. (3балл)
- 5 Написать уравнение гиперболы, если ее фокусы находятся в точках $F_1(-3,0)$ и $F_2(3,0)$, а длина действительной полуоси равна 4. (3балла)
- 6 Написать каноническое уравнение параболы, расположенной симметрично оси Ox , имеющей вершину в начале координат и проходящей через точку $D(2,2)$. (3балл)

II

вариант

- 1 Составить уравнение эллипса с фокусами на оси ox , если фокусное расстояние равно 90, эксцентриситет равен $\frac{4}{3}$. (2балла)
- 2 Дана гипербола $\frac{x^2}{625} - \frac{y^2}{400} = 1$. Найти ее эксцентриситет. (2балла)
- 3 Дана парабола $y^2 + 8y + 28x + 72 = 0$. Составить уравнение ее директрисы. (2балла)
- 4 Найти координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, описываемого уравнением $2x^2 + 8y^2 = 16$. (3балл)
- 5 Написать уравнение гиперболы, если ее фокусы находятся в точках $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, а длина ее действительной оси равна 8. (3балла)
- 6 Написать каноническое уравнение параболы, расположенной (3балл)

симметрично оси OX , имеющей вершину в начале координат и проходящей через точку $D(-3; 3)$.

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тестовый контроль

Спецификация теста:

- 1 Тест гомогенный;
- 2 Тест закрытой формы;
- 3 Количество заданий – 15;
- 4 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 5 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

-5|| – 14-15 баллов

-4|| – 11-13 баллов

-3|| - 8-10 баллов

- 1 Дан треугольник с вершинами $A(-2; 0)$, $B(2; 4)$ и $C(4; 0)$. Укажите координаты середины стороны AB .

а) $(2; -2)$;

б) (0;2);

в) (2;2);

г) (3;2);

2 Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом имеет вид:

а) $y - y_1 = \frac{-1}{k}(x - x_1);$

б) $y - y_1 = k(x - x_1);$

в) $x - x_1 = k(y - y_1);$

3 Угол между двумя прямыми находится по формуле:

а) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2};$

б) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1 + k_1 k_2}{k_2 - k_1};$

в) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 - k_1 k_2};$

4 Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки:

а) $\frac{x_1 - x}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$

б) $\frac{x_2 - x_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$

в) $\frac{x_2 - x_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$

г) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$

5 Условие параллельности двух прямых:

а) $k_1 = \frac{1}{k_2};$

б) $k_1 = k_2;$

в) $k_1 = -k_2;$

г) $k_1 = -k_2.$

6 Условие перпендикулярности двух прямых:

а) $k_1 = -\frac{1}{k_2};$

б) $k_1 = -k_2;$

в) $k_1 = \frac{1}{k_2};$

г) $k_1 = -k_2.$

7 Уравнение прямой заданной точкой $A(2,1)$ и направляющим вектором

$$\vec{l} = \{3;5\}$$

а) $5x - 3y - 7 = 0$

б) $3x + y - 7 = 0$

в) $4x - 2y - 6 = 0$

г) $6x - y - 11 = 0$

8 Уравнение прямой проходящей через точку $M(1;2)$ и образующей с осью Ox угол в 45° имеет вид ...

а) $2x - y = 0$

б) $3x - 2y + 1 = 0$

в) $x - 2y + 3 = 0$

г) $x - y + 1 = 0$

9 Взаимное расположение прямых $4x - 2y - 6 = 0$ и $8x - 4y - 2 = 0$ на плоскости – прямые...

а) параллельны

б) пересекаются

в) перпендикулярны

г) совпадают

10 Уравнение прямой, проходящей через точки $A(4;-2)$ и $B(5;-4)$ имеет вид:

а) $\frac{x-5}{-4} = \frac{y+4}{2}$

б) $x - 4 = \frac{y + 2}{-5}$

в) $x - 4 = \frac{y + 2}{-2}$

г) $\frac{x - 4}{2} = \frac{y + 2}{3}$

11 Выберите уравнение прямой в отрезках.

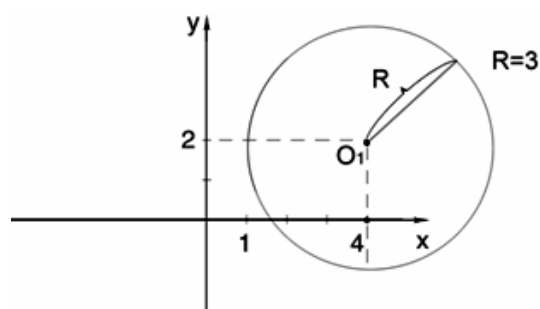
а) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$

б) $-\frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 1$

в) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

г) $-\frac{2x}{3} - \frac{y}{4} = 1$

12 Выбрать уравнение окружности, представленной на рисунке:



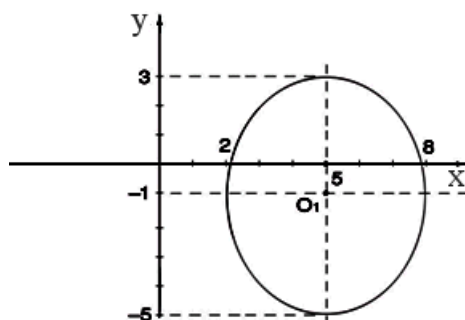
а) $x^2 + y^2 = 9$

б) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$

в) $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 9$

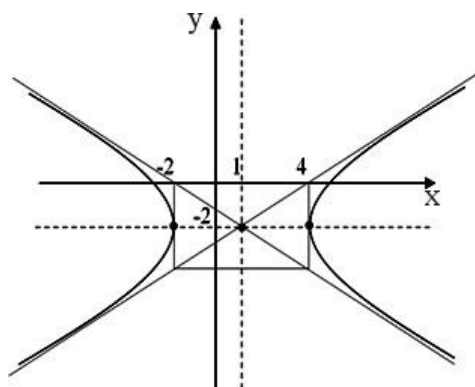
г) $(x - 4)^2 - (y - 2)^2 = 9$

13 Выбрать уравнение эллипса, представленного на рисунке:



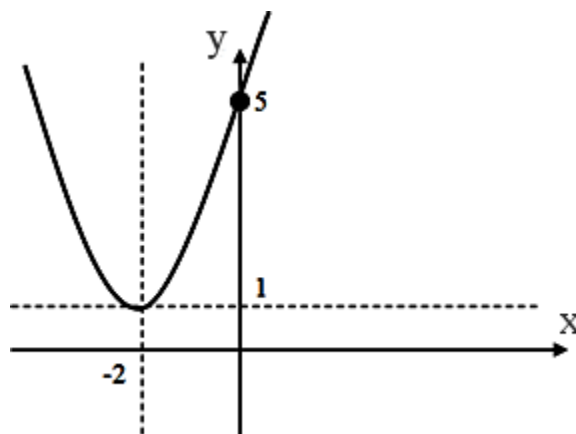
- а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$
- б) $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$
- в) $\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$
- г) $\frac{(x+5)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

14 Выбрать уравнение гиперболы, представленной на рисунке:



- а) $\frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$
- б) $\frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{9} = 1$
- в) $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$
- г) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1$

15 Выбрать уравнения параболы, представленной на рисунке



a) $y = 2(x + 2)^2$

б) $y - 1 = (x + 2)^2$

в) $y + 1 = (x - 2)^2$

г) $y + (x - 2)^2 = 1$

РАЗДЕЛ 4 ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Тема 4.1 Комплексные числа

Фронтальный опрос

- 1 Что называется комплексным числом? Укажите его алгебраическую форму.
- 2 Какие действия можно производить с комплексными числами в алгебраической форме?
- 3 Что называется противоположным , комплексно сопряженным и обратным числом к числу $z = a + bi$?
- 4 Как решить квадратное уравнение, если его $D < 0$?
- 5 Как геометрически можно толковать комплексные числа?
- 6 Что такое модуль и аргумент комплексного числа?

Проверочная работа 7 Алгебраическая форма комплексного числа

Вариант 1

1 $z_1 = 2 - 4i; \quad z_2 = -6 + 5i.$

Вычислить

- | | |
|-----------------------|----------|
| а) $z_1 + z_2;$ | (1балл) |
| б) $z_1 - z_2;$ | (1балл) |
| в) $z_1 \cdot z_2;$ | (2балла) |
| г) $\frac{z_1}{z_2};$ | (2балла) |
| д) $\frac{z_2}{z_1}.$ | (2балла) |

2 Найти решение уравнения: $2x^2 - x + 1 = 0$ (2 балла)

3 Вычислить: $\frac{5 + 2i}{2 - 5i} - \frac{3 - 4i}{4 + 3i}$. (5баллов)

Вариант 2

1 $z_1 = -3 + 7i$; $z_2 = 5 - 4i$.

Вычислить

а) $z_1 + z_2$; (1балл)

б) $z_1 - z_2$; (1балл)

в) $z_1 \cdot z_2$; (2балла)

г) $\frac{z_1}{z_2}$; (2балла)

д) $\frac{z_2}{z_1}$. (2балла)

2 Найти решение уравнения: $3x^2 + x + 1 = 0$. (2 балла)

3 Вычислить: $\frac{4 + 3i}{-} - \frac{5 - 4i}{+}$. (5баллов)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа 8 Тригонометрическая форма комплексного числа

Вариант 1

$$1 \quad z_1 = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}, \quad z_2 = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}, \quad z_3$$

Найти

$$а) z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \quad (1\text{балл})$$

$$б) \frac{z_1}{z_2}; \quad (1\text{балл})$$

$$в) z_3^5. \quad (1\text{балл})$$

$$2 \quad \text{Найти модуль комплексного числа } z = 2i. \quad (1\text{балл})$$

$$3 \quad \text{Найти аргумент комплексного числа } z = -1 + \sqrt{3}i. \quad (1\text{балл})$$

$$4 \quad \text{Представьте комплексное число в тригонометрической} \\ \text{форме } z = -1 - \sqrt{3}i. \quad (2 \text{ балла})$$

$$5 \quad \text{Вычислить } \sqrt[4]{1} \text{ и результат изобразить на} \\ \text{комплексной плоскости} \quad (3 \text{ балла})$$

Вариант 2

$$1 \quad z_1 = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}, \quad z_2 = \cos \frac{\pi}{1} + i \sin \frac{\pi}{12}, \quad z_3$$

Найти

$$г) \frac{z_1 z_2}{z_3} \quad (1\text{балл})$$

$$д) \frac{z_1}{z_2}; \quad (1\text{балл})$$

$$е) z_2^6. \quad (1\text{балл})$$

$$6 \quad \text{Найти модуль комплексного числа } z = 2i. \quad (1\text{балл})$$

$$7 \quad \text{Найти аргумент комплексного числа } z = -1 + \sqrt{3}i. \quad (1\text{балл})$$

- 8 Представьте комплексное число в тригонометрической форме $z = -1 - \sqrt{3}i$. (2 балла)
- 9 Вычислить $\sqrt[4]{i}$ и результат изобразить на комплексной плоскости (3 балла)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тестовый контроль

Спецификация теста:

- 1 Тест гомогенный;
- 2 Тест закрытой формы;
- 3 Количество заданий – 17;
- 4 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 5 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

-5|| – 16-17 баллов

-4|| – 13-15 баллов

-3|| - 10-12 баллов

- 1 Сколько форм записи имеет комплексное число?

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4

2 Что представляет собой число i ?

- а) число, квадратный корень из которого равен -1 ;
б) число, квадрат которого равен -1 ;
в) число, квадратный корень из которого равен 1 ;
г) число, квадрат которого равен 1 ;

3 Как на координатной плоскости изображается комплексное число?

- а) в виде отрезка;
б) точкой или радиус-вектором;
в) плоской геометрической фигуры;
г) в виде круга

4 Кто ввёл название «мнимые числа»?

- а) Декарт;
б) Арган;
в) Эйлер;
г) Кардано.

5 В какое множество входят числа 5 ; $3-6i$; 2.7 ; $2i$?

- а) действительные числа;
б) рациональные числа;
в) комплексные числа;
г) иррациональные числа

6 Формулу Муавра можно применять, если комплексное число записано

в:

- а) показательной форме
б) наглядной форме
в) тригонометрической форме
г) алгебраической форме

7 Формулу Эйлера можно применять, если комплексное число записано

в:

- а) показательной форме

- б) наглядной форме
- в) тригонометрической форме
- г) алгебраической форме

8 Выберите из предложенных чисел чисто мнимое:

- а) $z = 5 - 3i$
- б) $z = 75i$
- в) $z = 32$
- г) $z = 0$

9 Что называется модулем комплексного числа?

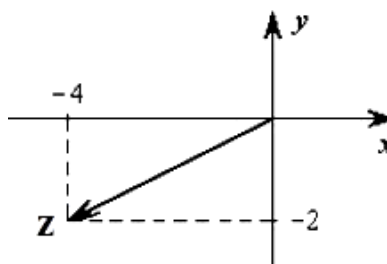
- а) модуль вектора;
- б) модуль вектора, соответствующего комплексному числу;
- в) длина, соответствующего комплексному числу вектора;
- г) длина комплексного числа z .

10 Что называется аргументом комплексного числа?

- а) угол между положительным направлением мнимой оси и вектором, соответствующим z ;
- б) величина направленного угла, образованного положительным направлением действительной оси;
- в) величина любого направленного угла, образованного положительным направлением действительной оси и вектором, соответствующим числу z ;
- г) величина угла, соответствующего комплексному числу z .

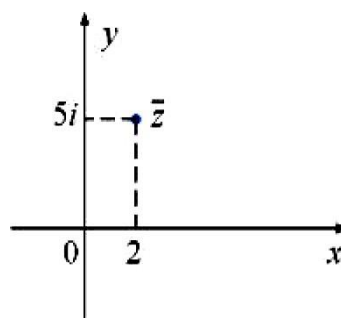
11 Алгебраическая форма комплексного числа z , изображенного на рисунке, имеет вид:

- а) $z = 4 - 2i$
- б) $z = -4 + 2i$
- в) $z = -2 - 4i$
- г) $z = -4 - 2i$



12 На рисунке изображено число \bar{z} . Укажите число z .

- а) $z = i$
 б) $z = 5 + 2i$
 в) $z = 2 + 5i$
 г) $z = 2 - 5i$



13 Комплексные числа $z_1 = a + 2i$, $z_2 = 4 + 2bi$ являются комплексно – сопряженными при

- а) $a = 4; b = 1;$
 б) $a = -4; b = 1;$
 в) $a = 4; b = -1;$
 г) $a = -4; b = -1.$

14 Умножение комплексных чисел z_1 и z_2 , заданных в тригонометрической форме, осуществляется по формуле

- а) $|z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 \cdot \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 \cdot \varphi_2))$
 б) $(|z_1| + |z_2|) \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$
 в) $|z_1| \cdot |z_2| \cdot (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$
 г) $|z_1| \cdot |z_2| \cdot (\sin(\varphi_1 + \varphi_2) + i \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2))$

15 Деление комплексных чисел z_1 и $z_2 \neq 0$, заданных в тригонометрической форме, осуществляется по формуле

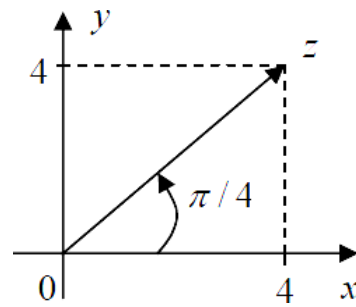
- а) $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot \left(\cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cdot \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right);$
 б) $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2));$
 в) $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot \left(\sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cdot \cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right);$
 г) $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$

16 Возведение в степень n комплексного числа z осуществляется по формуле

- а) $n \cdot |z| \cdot (\cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi))$
 б) $|z|^n \cdot (\cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi))$
 в) $|z|^n \cdot \left(\cos\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right) \right)$
 г) $|z|^n \cdot (\cos \varphi^n + i \cdot \sin \varphi^n)$

17 На рисунке представлена геометрическая интерпретация комплексного числа. Тогда тригонометрическая форма этого числа имеет вид

- а) $8\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$
 б) $4\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$
 в) $4 \left(\sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4} \right);$
 г) $4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right).$



РАЗДЕЛ 5 ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Тема 5.1 Последовательность. Предел последовательности

После изучения темы студент должен:

Знать:

- определение числовой последовательности, способы ее задания;
- определение предела последовательности и его свойства;
- определение монотонной последовательности;

Уметь:

- вычислять пределы числовой последовательности.

Фронтальный опрос

- 1 Сформулируйте определение понятия последовательность.
- 2 Что называется пределом числовой последовательности?
- 3 Назовите основные свойства пределов последовательностей.
- 4 Какая последовательность называется бесконечно малой? бесконечно большой?
- 5 Назовите свойства бесконечно малых, бесконечно больших последовательностей.

Проверочная работа 9 Предел последовательности

I вариант

Найти следующие пределы:

$$1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 4}{5n - 6n^2 + 1}$$

$$2 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 5}{4n^2 + 2n - 7}$$

II вариант

Найти следующие пределы:

$$1 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 5n + 2}{3 + 6n - 7n^2} \quad (2 \text{ балла})$$

$$2 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 5n^2 + 3n - 4}{n^2 + 2n - 1} \quad (2 \text{ балла})$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + 4n^2 - 5n + 1}{3n^2 - 2n + 2}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n - 2}{5n^2 - 8n + 3} \quad (2\text{балла})$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n-2)(n-1)^2}{(n+1)(n+3)(n-n)}$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(n+2)(n-4)}{(n-1)(n+2)(n-n)} \quad (3\text{балла})$$

$$5 \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n - 1} - \sqrt{n^2 - n + 3})$$

$$5 \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - \sqrt{n^2 + n - 3}) \quad (3\text{балла})$$

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тема 5.2 Функция. Предел функции. Непрерывность функции

Фронтальный опрос

- 1 Сформулируйте определение понятия функции.
- 2 Что называется областью определения функции? Областью изменения функции?
- 3 Какие функции называются элементарными? Приведите примеры.
- 4 Сформулируйте определение предела функции.
- 5 Назовите основные свойства пределов функций.
- 6 Какая функция называется бесконечно малой? бесконечно большой?
- 7 Назовите свойства бесконечно малых функций.
- 8 Напишите формулы первого и второго замечательных пределов.
- 9 Дайте определение односторонних пределов функции в точке.

Проверочная работа 10 Предел функции

І вариант

Найти следующие пределы:

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}$$

$$2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$$

$$3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x + 1}{3x^3 + x^2 + 1}$$

$$4 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$$

ІІ вариант

Найти следующие пределы:

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 4x + 1} \quad (2 \text{ балла})$$

$$2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25 - x^2}{-\sqrt{2x} - 1} \quad (3 \text{ балла})$$

$$3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 2x}{x^4 - 8x^3 + 1} \quad (1 \text{ балл})$$

$$4 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x) \quad (3 \text{ балла})$$

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа 11 Замечательные пределы

І вариант

Найти следующие пределы:

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}$$

$$2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{1 - \cos 4x}$$

$$3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{4}{x} \right)^x$$

ІІ вариант

Найти следующие пределы:

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2} \quad (2 \text{ балла})$$

$$2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{1 - \cos 5x} \quad (2 \text{ балла})$$

$$3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{3}{x} \right)^x \quad (2 \text{ балла})$$

$$4 \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\ln(x+3) - \ln x \right)$$

$$4 \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(\ln x - \ln(x+2) \right) \quad (3 \text{ балла})$$

$$5 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{2x}$$

$$5 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)^{2x} \quad (3 \text{ балла})$$

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа 12 Непрерывность функции

I вариант

1 Доказать непрерывность функции, исходя из определения $y = x^2 + x - 2$,

где $x \in R$.

2 Является ли функция $y = \begin{cases} x^2 - 4, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases}$ непрерывной в точке $x_0 = 2$.

II вариант

1 Доказать непрерывность функции, исходя из определения

$y = x^2 - 2x + 3$, где $x \in R$.

2 Является ли функция $y = \begin{cases} x^2 - 4, & x \neq -2 \\ -4, & x = -2 \end{cases}$ непрерывной в точке $x_0 = -2$.

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тестовый контроль

Спецификация теста:

- 1 Тест гомогенный;
- 2 Тест закрытой формы;
- 3 Количество заданий – 15;
- 4 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 5 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

-5|| – 14-15 баллов

-4|| – 11-13 баллов

-3|| - 8-10 баллов

1 Что называется функцией?

- а) число;
- б) правило, по которому каждому значению аргумента x соответствует одно и только одно значение функции y ;
- в) правило, по которому каждому значению функции y соответствует одно и только одно аргумента x ;
- г) правило, по которому каждому значению аргумента x соответствует множество значений функции y .

2 Какая функция называется ограниченной?

- а) функция $f(x)$ называется ограниченной, если $m \leq f(x) \leq M$;
- б) сложная;
- в) функция $f(x)$ называется ограниченной, если $f(x) > 0$;
- г) функция $f(x)$ называется ограниченной, если $f(x) \leq 0$;

3 Какая точка называется предельной точкой множества A ?

- а) нулевая;
- б) т. x_0 называется предельной точкой множества A , если в любой окрестности точки x_0 содержатся точки множества A , отличающиеся от x_0 ;
- в) не принадлежащая множеству A ;
- г) лежащая на границе множества.

4 Может ли существовать предел в точке в том случае, если односторонние пределы не равны?

- а) да;
- б) иногда;
- в) нет;
- г) всегда.

5 Является ли произведение бесконечно малой функции на функцию ограниченную, бесконечно малой функцией?

- а) нет;
- б) да;
- в) иногда;
- г) не всегда.

6 В каком случае бесконечно малые $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ называются бесконечно малыми одного порядка в точке x_0 ?

- а) если $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$;
- б) если $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = c \neq 0$;
- в) если $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$;

(x)

г) если их пределы равны 0.

7 Чему равен предел константы C ?

а) 0;

б) e ;

в) 1;

г) ∞ ;

д) c .

8 Первый замечательный предел имеет вид

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1;$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1;$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e;$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e.$

9 Второй замечательный предел имеет вид

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1;$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1;$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e;$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(1 + x\right)}{x} = 1.$

10 Выберите определение непрерывности функции в точке

а) Функция является непрерывной в точке, если бесконечно малому приращению аргумента в этой точке соответствует бесконечно малое приращение функции;

б) Функция является непрерывной в точке, если существует конечный предел функции в этой точке;

в) Точка является точкой непрерывности функции, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки;

г) Функция y называется непрерывной в точке x , если $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} y - y(x) = 0$

11 Выберите определение точки разрыва 1 рода функции y

- а) Точка называется точкой разрыва 1 рода, если односторонние пределы в этой точке не равны друг другу;
- б) Точка является точкой разрыва 1 рода, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;
- в) Точка называется точкой разрыва 1 рода, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;
- г) Точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода, если в этой точке существуют конечные односторонние пределы.

12 Выберите определение точки разрыва функции

- а) Точка x_0 называется точкой разрыва функции $f(x)$, если односторонние пределы в этой точке не равны друг другу;
- б) Точка x_0 называется точкой разрыва функции $f(x)$, если в этой точке функция либо не определена, либо определена, но нарушено хотя бы одно из условий определения непрерывности $f(x)$;
- в) Точка x_0 называется точкой разрыва, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;
- г) Точка x_0 называется точкой разрыва функции $f(x)$, если

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x).$$

13 Выберите определение точки разрыва 2 рода функции $f(x)$

- а) Точка x_0 является точкой разрыва 2 рода, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;
- б) Точка x_0 является точкой разрыва 2 рода, если $\lim_{x \rightarrow a - 0} y = \lim_{x \rightarrow a + 0} y \neq y$;
- в) Точка x_0 разрыва называется точкой разрыва 2 рода, если в этой точке существуют конечные односторонние пределы;

- г) Точка x_0 разрыва называется точкой разрыва 2 рода, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен.

14 Выберите определение точки устранимого разрыва

- а) Точка разрыва 1 рода $x = x_0$ функции $f(x)$ называется точкой устранимого разрыва, если $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) \neq f(x_0)$;
- б) Точка x_0 разрыва называется точкой устранимого разрыва, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;
- в) Точка x_0 является точкой устранимого разрыва, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;
- г) Точка x_0 является точкой устранимого разрыва, если $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$.

15 Выберите определение точки скачка функции

- а) Точка разрыва 1 рода $x = x_0$ функции $f(x)$ называется точкой скачка функции, если $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = f(x_0)$;
- б) Точка x_0 разрыва называется точкой скачка функции $f(x)$, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;
- в) Точка x_0 является точкой скачка функции $f(x)$, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;
- г) Точка разрыва 1 рода $x = x_0$ функции $f(x)$ называется точкой скачка функции, если $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$.

РАЗДЕЛ 6 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 6.1 Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной

Фронтальный опрос

- 1 Что называется производной функции?
- 2 Каков геометрический, физический смысл производной?
- 3 Как взаимосвязаны непрерывность функции и ее дифференцируемость в точке?
- 4 Напишите основные правила дифференцирования функций.
- 5 Напишите формулы дифференцирования основных элементарных функций.
- 6 Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции.
- 7 Что называется дифференциалом функции?
- 8 Каков геометрический смысл дифференциала функции.
- 9 Перечислите основные свойства дифференциала функции.
- 10 Как найти производную второго, третьего, n-го порядков?
- 11 Как найти дифференциал второго порядка от данной функции?

Проверочная работа 13 Вычисление производной

I вариант

Найти производные функций

$$1 \quad y = \left(\frac{1}{4}x^4 + \sqrt[3]{x^5} + 12 \right)^5$$

$$2 \quad y = \frac{2}{2x^3}$$

II вариант

Найти производные функций

$$1 \quad y = \left(-x^3 + \sqrt[4]{x^5} + 20 \right)^4 \quad (3 \text{ балла})$$

$$2 \quad y = \frac{3}{1x^2} \quad (3 \text{ балла})$$

- | | | | | |
|----|--|----|--|-------------|
| 3 | $y = 3 - \frac{4}{x^3};$ | 3 | $y = \frac{2}{x^5} + 7;$ | (3 балла) |
| 4 | $y = \operatorname{tg} x^2;$ | 4 | $y = -2 \cos^2 x;$ | (3 балла) |
| 5 | $y = \ln(\sin x);$ | 5 | $y = \ln(\cos x);$ | (4 балла) |
| 6 | $y = \cos(e^x);$ | 6 | $y = e^{\sqrt{x}};$ | (4 балла) |
| 7 | $y = \sqrt{x^2 - 2};$ | 7 | $y = \sqrt{x^2 + 3};$ | (5 баллов) |
| 8 | $y = \operatorname{arctg} \frac{2x}{1+x^2};$ | 8 | $y = \operatorname{arcsin} \frac{2x^3}{1+x^6};$ | (7 баллов) |
| 9 | $y = \frac{\operatorname{arcsin} 5x}{\sqrt{1-25x^2}};$ | 9 | $y = \frac{\operatorname{arcsin} 4x}{\sqrt{1-16x^2}};$ | (8 баллов) |
| 10 | $y = \sin(\cos 4x);$ | 10 | $y = \cos(\sin 5x);$ | (10 баллов) |

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 35-40 баллов

Хорошо «4» – 28-34 баллов

Удовлетворительно «3» – 21-27 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-20 баллов

Проверочная работа 14 Дифференциал функции

I

вариант

- 1 Вычислите дифференциал функции $y = \ln \cos^2 x$ при $x = \frac{\pi}{4}$ и $dx = 0,01$.
- 2 Найдите приближенное значение функции $y = x^3 - x^2 + x - 3$ при $x = 3,03$.
- 3 Вычислите приближенное значение величины $\frac{1}{0,998}$.

- 4 Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \sin x$ в точке $x_0 = 2\pi/3$
- 5 Составить уравнение касательной к кривой $y = \sin 3x$ в точке $(\frac{\pi}{3}; 0)$.
- 6 Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = 2(x - 9)^2 + 12$, в которой касательная параллельна ОХ.
- 7 Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^2 + 5t + 1$ (м). Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 5$ с.

II

вариант

- 1 Вычислите дифференциал функции $y = \ln \operatorname{tg} 2x$ при $x = \frac{\pi}{8}$ и $dx = 0,03$.

$$= \quad - \quad + \quad -1$$
- 2 Найдите приближенное значение функции $y = 3x^3 - x^2 + 5x - 1$ при $x = 3,02$.
- 3 Вычислите приближенное значение величины $\ln 0,02$.
- 4 Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой $y = \cos x$ в точке $x = \frac{3}{4}\pi$.
- 5 Составить уравнение касательной к кривой $y = \cos 3x$ в точке $(\frac{\pi}{6}; 0)$.
- 6 Найти абсциссу точки графика функции $f(x) = \frac{1}{2}(x - 6)^2 - 12$, в которой касательная параллельна ОХ.
- 7 Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^2 + 4t - 5$. Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени $t = 2$ с.

Тестовый контроль

Спецификация теста:

- 1 Тест гомогенный;
- 2 Тест закрытой формы;

- 3 Количество заданий – 11;
- 4 Время выполнения задания – 20 мин.;
- 5 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный – 0 баллов.

Инструкция: выберите правильный вариант ответа.

Критерии оценки:

-5|| – 10-11 баллов

-4|| – 8-9 баллов

-3|| - 6-7 баллов

- 1 Если для точки x_0 существует такая окрестность, что для всех значений x из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$, то точка x_0 называется
 - а) производной;
 - б) критической точкой;
 - в) стационарной точкой;
 - г) точкой максимума;
 - д) точкой минимума;
 - е) точкой перегиба.
- 2 Если большему значению переменной x из данного промежутка соответствует меньшее значение функции y , то функция на данном промежутке называется
 - а) возрастающей;
 - б) монотонной;
 - в) нечетной;
 - г) убывающей;
 - д) выпуклой вверх;
 - е) выпуклой вниз.

- 3 Если в каждой точке некоторого промежутка производная функции положительная, то функция на данном промежутке
- а) возрастает;
 - б) выпуклая вверх;
 - в) выпуклая вниз;
 - г) убывает;
 - д) ограниченная.
- 4 Точка графика функции, в которой существует касательная и происходит изменение направления выпуклости, называется
- а) точкой максимума;
 - б) точкой перегиба;
 - в) точкой минимума;
 - г) критической точкой;
 - д) точкой экстремума;
 - е) стационарной точкой.
- 5 Если при переходе через критическую точку производная функции меняет знак с минуса на плюс, то данная точка является
- а) критической;
 - б) точкой максимума;
 - в) точкой перегиба;
 - г) точкой минимума;
 - д) точкой разрыва.
- 6 Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю называется
- а) касательной;
 - б) секущей;
 - в) производной;
 - г) асимптотой;
 - д) дифференциалом.

- 7 Множество значений, которые принимает независимая переменная x , называется
- а) областью значений функции;
 - б) нулями функции;
 - в) промежутками знакопостоянства функции;
 - г) точками экстремума;
 - д) областью определения функции.
- 8 Если при переходе через критическую точку второго рода вторая производная меняет знак, то соответствующая ей точка графика функции называется
- а) точкой максимума;
 - б) точкой экстремума;
 - в) точкой минимума;
 - г) точкой перегиба;
 - д) точкой разрыва.
- 9 Функция, имеющая производную в каждой точке интервала $(a;b)$, называется
- а) монотонной;
 - б) возрастающей;
 - в) убывающей;
 - г) ограниченной;
 - д) дифференцируемой;
 - е) непрерывной.
- 10 Внутренняя точка области определения, в которой производная функции равна нулю или не существует, называется
- а) точкой максимума;
 - б) точкой минимума;
 - в) критической;
 - г) точкой экстремума;
 - д) точкой перегиба.

11 Если в каждой точке некоторого промежутка вторая производная функции отрицательная, то график функции на данном промежутке

- а)** возрастает;
- б)** выпуклый;
- в)** убывает;
- г)** вогнутый;
- д)** отрицательный.

РАЗДЕЛ 7 ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Тема 7.1 Неопределенный интеграл

Фронтальный опрос

- 1 Сформулируйте определение первообразной функции.
- 2 Что называется неопределенным интегралом от данной функции?
- 3 Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
- 4 Напишите формулы таблицы основных интегралов.
- 5 В чем сущность метода интегрирования заменой переменной?
- 6 Напишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

Проверочная работа 15 Непосредственное интегрирование

I вариант

Вычислить следующие
интегралы:

$$1 \int \left(4x^5 - \frac{5}{\sqrt{x}} + 15 \right) dx$$

$$2 \int \left(-\sin 7x + \frac{3}{\sqrt{4-x}} \right) dx$$

$$3 \int (x + 7)^{\frac{2}{3}} dx$$

$$4 \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$5 \int (e^{3-4x} + e^{x+2}) dx$$

II вариант

Вычислить следующие
интегралы:

$$1 \int \left(3x^4 - \frac{4}{\sqrt{x}} + 12 \right) dx$$

$$2 \int \left(4\cos 8x - \frac{5}{\sqrt{1-x}} \right) dx$$

$$3 \int (e^{x-1})^{\frac{2}{3}} dx$$

$$4 \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$5 \int (e^{2-7x} + e^{x-1}) dx$$

2 балла

2 балла

2 балла

2 балла

2 балла

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа 16 Метод замены переменной

I вариант

Вычислить следующие
интегралы:

$$1 \int \frac{3x^2 dx}{-x^3 - 4}$$

$$2 \int \frac{4 \cos x dx}{\sqrt{5 \sin x - 1}}$$

$$3 \int 5^{3x^2} x dx$$

$$4 \int e^{2x} \sqrt{e^{2x} + 3} dx$$

$$5 \int \frac{\sqrt{\ln x} dx}{x}$$

$$6 \int \frac{\arcsin^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

II вариант

Вычислить следующие
интегралы:

$$1 \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x^3 - 5}}$$

$$2 \int \frac{7 \cos x dx}{1 + 2 \sin x}$$

$$3 \int e^{-x^3} x^2 dx$$

$$4 \int \frac{2e^x dx}{1 + e^x}$$

$$5 \int \frac{\arctg^2 x dx}{1 + x^2}$$

$$6 \int \frac{\ln x + 3}{x} dx$$

2 балла

2 балла

2 балла

2 балла

2 балла

2 балла

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа 17 Метод интегрирования по частям

I вариант

II вариант

Вычислить следующие интегралы: Вычислить следующие интегралы:

1 $\int e^{x+1} \sin x dx$

1 $\int e^{x+7} \cos x dx$ 2балла

2 $\int (e^{2x} + 4) e^{3x} dx$

2 $\int (e^{2x} - 5) e^{4x} dx$ 3балла

3 $\int \sqrt{x} \ln x dx$

3 $\int x^3 \ln x dx$ 2балла

4 $\int \arctg 2x dx$

4 $\int \arccos 2x dx$ 3балла

5 $\int e^{2x} \sin x dx$

5 $\int e^{2x} \cos x dx$ 5баллов

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Тема 7.2 Определенный интеграл

Фронтальный опрос

- 1 Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
- 2 Что называется определенным интегралом от данной функции на данном отрезке?
- 3 Каков геометрический смысл определенного интеграла?
- 4 Простейшие свойства определенного интеграла.
- 5 Формула Ньютона-Лейбница.
- 6 Вычисление определенного интеграла методом замены переменных.

7 Вычисление определенного интеграла методом интегрирования по частям.

Проверочная работа 18 Методы вычисления определенного интеграла

I вариант

Вычислить интегралы с помощью формулы Ньютона - Лейбница:

$$1 \quad \int_{\sqrt{3}}^3 \frac{dx}{x^2 + 3}$$

$$2 \quad \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{3dx}{2\cos^2 \frac{x}{2}}$$

Вычислить интегралы с помощью метода замены переменных:

$$3 \quad \int_0^2 \frac{4xdx}{\sqrt{1+2x^2}}$$

$$4 \quad \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{3 - \cos x}$$

Вычислить интегралы методом интегрирования по частям:

$$5 \quad \int_0^3 \ln(x+3) dx$$

$$\int_0^{\pi/2} 6x \cos x dx$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$7 \quad y = -x^2 + x + 6 \quad \text{и} \quad y = 0$$

$$8 \quad y = x^2 - 8x + 18 \quad \text{и} \quad y = -2x + 18$$

II вариант

Вычислить интегралы с помощью формулы Ньютона - Лейбница:

$$1 \quad \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$$

$$2 \quad \int_0^8 \sqrt{2x + \sqrt[3]{x}} dx$$

Вычислить интегралы с помощью метода замены переменных:

$$3 \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sqrt{2\sin x + 1}}$$

$$4 \quad \int_1^2 \frac{3x^2 dx}{1+x^3}$$

Вычислить интегралы методом интегрирования по частям:

$$5 \int_0^1 x e^{-x} dx$$

$$6 \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$7 \quad y = -x^2 + 2x + 3 \text{ и } y = 0$$

$$8 \quad y = -x^2 + 10x - 16 \text{ и } y = x - 2$$

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» – более 90% выполненной работы

Хорошо «4» – от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» – от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» – до 50% выполненной работы

РАЗДЕЛ 8 ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Тема 8.1 Дифференциальное исчисление функции многих переменных

Фронтальный опрос

- 1 Дайте определение функции двух независимых переменных. Приведите примеры.
- 2 Что называется областью определения функции двух независимых переменных? Каково геометрическое изображение функции двух переменных?
- 3 Что называется частным и полным приращением функции двух независимых переменных?
- 4 Сформулируйте определение предела функции двух переменных.
- 5 Какая функция называется непрерывной в точке? в области?
- 6 Дайте определение частных производных первого порядка функции двух переменных. Каков их геометрический смысл?
- 7 Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?
- 8 Как найти частные производные второго порядка функции двух переменных?

Проверочная работа 19 Частные производные функции

I

вариант

- 1 Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}$.
- 2 Показать, что функция $z = \sqrt{x \cos \frac{x}{y}}$ удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{z}{2}.$$

3 Найти частные производные функции:

а) $z = e^{x^3 + y^2}$

б) $z = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

в) $z = \sqrt{x} \cdot \cos^2 y$

4 Вычислить дифференциал функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.

5 $z = x^3 y^2$. Проверить, что $z^5_{x^3 y^2} = z^5_{y^2 x^3}$.

II

вариант

1 Найти область определения функции $z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}$.

2 Показать, что функция $z = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{y}.$$

3 Найти частные производные второго порядка следующих функций:

а) $z = e^{3x^2 + 2y^2 - xy}$

б) $z = \ln x + \ln y$

в) $z = x^3 \cos 4y$.

4 Вычислить дифференциал функции $z = \sin(x^2 + y^2)$.

5 $z = x^2 y^3$. Проверить, что $z^5_{x^2 y^3} = z^5_{y^3 x^2}$.

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» – более 90% выполненной работы

Хорошо «4» – от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» – от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» – до 50% выполненной работы

Тема 8.2 Интегральное исчисление функции многих переменных

Фронтальный опрос

- Дайте определение двойного интеграла.
- В чем заключается геометрический смысл двойного интеграла?
- Назовите свойства двойного интеграла.
- Изложите план вычисления двойного интеграла в декартовых координатах для правильных и неправильных областей.

Проверочная работа 20 Двойные интегралы

I вариант

- Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + y^2) dx dy$ по области D, ограниченной указанными линиями $y=1-x^2$ и $y=0$.
- Вычислите следующие повторные интегралы
 - $\int_1^3 dy \int_{\frac{x}{2}}^4 \frac{x}{y^3} dx$,
 - $\int_2^4 dx \int_0^2 x^3 y dy$.
- Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = x^2$.

II вариант

- Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + 2y) dx dy$ по области D, ограниченной указанными линиями $y=1-x^2$ и $y=0$.
- Вычислите следующие повторные интегралы
 - $\int_1^2 dy \int_{\frac{4}{y^2}}^6 \frac{x}{y^2} dx$
 - $\int_0^1 dx \int_{\frac{1}{2}}^4 xy^3 dy$.
- Вычислить площадь области, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$, $y = \sqrt[3]{x^2}$.

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» – более 90% выполненной работы

Хорошо «4» – от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» – от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» – до 50% выполненной работы

РАЗДЕЛ 9 ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ИХ ВИДЫ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Тема 9.1 Дифференциальные уравнения первого порядка

Фронтальный опрос

- а) Что называется дифференциальным уравнением?
- б) Что называется общим решением дифференциального уравнения? частным решением?
- в) Каков геометрический смысл частного решения дифференциального уравнения первого порядка?
- г) Приведите примеры дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
- д) Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным? однородным? Укажите способ их решения.

Проверочная работа 21 Дифференциальные уравнения первого порядка

I вариант

- 1 Найти частное решение уравнения $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y|_{x=1} = 1$.
- 2 Найти общее решение уравнения $x\sqrt{5+y^2}dx + y\sqrt{4+x^2}dy = 0$.
- 3 Решить задачу Коши $y^2dx + xy - 1 dy = 0$, $y|_{x=1} = e$.

II вариант

- 1 Найти частное решение уравнения $y' + \frac{y}{x} = 3x$, $y|_{x=1} = 1$.

- 2 Найти общее решение уравнения $x\sqrt{3+y^2}dx + y\sqrt{2+x^2}dy = 0$.
- 3 Решить задачу Коши $dx + xy - y^3 dy = 0$, $y|_{x=-1} = 0$.

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» – более 90% выполненной работы

Хорошо «4» – от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» – от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» – до 50% выполненной работы

Тема 9.2 Дифференциальные уравнения второго порядка

Фронтальный опрос

- 1 Какое уравнение называется линейным дифференциальным уравнением второго порядка?
- 2 Какое уравнение называется характеристическим для однородного дифференциального уравнения второго порядка?
- 3 Какой вид имеет общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка в зависимости от дискриминанта характеристического уравнения?
- 4 Как найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если его правая часть есть многочлен? показательная функция? тригонометрическая функция?
- 5 Какой вид имеет частное решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если его правая часть есть многочлен? показательная функция? тригонометрическая функция?

Проверочная работа 22 Дифференциальные уравнения второго порядка

I вариант

1 Найти частные решения следующих дифференциальных уравнений второго порядка при заданных начальных условиях:

$$1) y'' - 6y' + 8y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2;$$

$$2) y'' - 8y' + 16y = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 5;$$

$$3) y'' - 4y' + 13y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

2 Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

$$1) y'' + 2y' - 3y = -2e^{3x};$$

$$2) y'' - 2y' = 3x^2 + 1;$$

II вариант

1 Найти частные решения следующих дифференциальных уравнений второго порядка при заданных начальных условиях:

$$1) y'' - 6y' = 0; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = -2;$$

$$2) y'' - 6y' + 9y = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0;$$

$$3) y'' + 2y' + 10y = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0; \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1;$$

2 Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

$$1) y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x};$$

$$2) y'' - 2y' = 3x^2 + 1;$$

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» – более 90% выполненной работы

Хорошо «4» – от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» – от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» – до 50% выполненной работы

РАЗДЕЛ 10 РЯДЫ

Тема 10.1 Числовые ряды

Фронтальный опрос

- 1 Что называется числовым рядом?
- 2 Что называется n -й частичной суммой числового ряда?
- 3 Какой числовой ряд называется сходящимся?
- 4 Что является необходимым условием сходимости числового ряда?
- 5 Назовите достаточные признаки сходимости, основанные на сравнении рядов.
- 6 Назовите признак Даламбера сходимости рядов.
- 7 В чем состоит интегральный признак сходимости Коши?
- 8 Какие ряды называются знакочередующимися? Приведите примеры.
- 9 Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов.
- 10 Какие знакочередующиеся ряды называются абсолютно сходящимися? Условно сходящимися?

Проверочная работа 23 Числовые ряды

I

вариант

1 Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n^2-1)}$

2 Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} = 1 + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{3^5} + \dots$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n+5} \right)^n$.

II

вариант

1 Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 - 4)}$.

2 Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4} \right)^n$.

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» – более 90% выполненной работы

Хорошо «4» – от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» – от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» – до 50% выполненной работы

ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ

1. Форма промежуточной аттестации экзамен

Перечень вопросов и практических заданий:

- 1 Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами, свойства действий.
- 2 Определители, миноры и алгебраические дополнения.
- 3 Свойства определителей. Теорема Лапласа.
- 4 Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
- 5 Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы.
- 6 Системы m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Теорема Кронекера – Капелли. Матричная форма записи системы линейных уравнений.
- 7 Решение систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, метод Крамера, метод Гаусса.
- 8 Вектор. Линейные операции с векторами, свойства векторных операций.
- 9 Координаты вектора. Действия над векторами, заданными в координатной форме. Длина вектора.
- 10 Скалярное произведение векторов и его свойства.
- 11 Общее уравнение прямой линии на плоскости.
- 12 Параметрические и канонические уравнения прямой на плоскости.
- 13 Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
- 14 Уравнение прямой линии в отрезках.
- 15 Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
- 16 Угол между двумя прямыми. Критерии параллельности и перпендикулярности двух прямых.
- 17 Кривые второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса.

- 18 Кривые второго порядка. Каноническое уравнение гиперболы.
- 19 Кривые второго порядка. Каноническое уравнение параболы.
- 20 Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
- 21 Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
- 22 Числовые последовательности, способы задания. Предел последовательности, единственности предела, ограниченность сходящейся последовательности.
- 23 Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Свойства сходящихся последовательностей.
- 24 Монотонные последовательности. Предел монотонной последовательности.
- 25 Действительная функция действительной переменной, способы задания. Предел функции. Теорема о единственности предела функции. Свойства пределов функции.
- 26 Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
- 27 Односторонние пределы.
- 28 Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
- 29 Замечательные пределы.
- 30 Непрерывные функции. Критерий непрерывности функции в точке. Теорема о непрерывности суммы, произведения, частного непрерывных функций. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.
- 31 Свойства непрерывной функции на отрезке (Теоремы Больцано - Коши. Теоремы Вейерштрасса).
- 32 Разрывы непрерывности функции. Классификация разрывов непрерывности функции.

Практические задания к экзамену

1 Выполнить действия с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

2 Выполнить действия с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1,5 & 2 & 0 \\ 1 & 0,5 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1,5 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0,5 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

3 Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x + 5y + z = -7, \\ 2x - y - z = 0, \\ x - 2y - z = 2. \end{cases}$$

4 Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 7, \\ x + 3y - 2z = 0, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

5 Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

6 Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x - 7)^2}.$$

7 Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x - x^2}{4x^2 - 5x + 2}.$$

8 Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin 3x}.$$

9 Вычислить предел последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 5n - 4}{n^2 + n - 1}.$$

10 Найти матрицу обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

11 Составить уравнение прямой, проходящей через две заданные точки

$$A(1;-1), B(4;3).$$

12 Составить уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно

$$\text{вектору } \overline{BC}, \text{ если } A(4;-2), B(7;2), C(8;0).$$

13 Составить уравнение прямой, проходящей через точку A,

$$\text{перпендикулярно вектору } \overline{BC}, \text{ если } A(2;2), B(5;6), C(6;4).$$

14 Выполнить действия с матрицами

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}.$$

15 Даны точки: A(2;1;4), B(0;-1;2), C(4;3;-2).

а) найти координаты вектора $\frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$;

б) найти угол $\angle \overline{AB} \overline{AC}$.

16 Вычислить определитель по правилу треугольников

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

17 Вычислить определитель по теореме Лапласа

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

2. Форма промежуточной аттестации экзамен

Перечень вопросов и практических заданий:

Вопросы к экзамену

- 1 Понятие производной. Геометрический и механический смысл производной.
- 2 Вычисление производной (основные правила, таблица производных, производная сложной и обратной функции, логарифмическое дифференцирование).
- 3 Производные высших порядков.
- 4 Дифференциал функции. Геометрический и механический смысл дифференциала. Вычисление дифференциала.
- 5 Основные теоремы дифференциального исчисления.
- 6 Правило Лопиталья.
- 7 Признаки постоянства и монотонности функции на промежутке.
- 8 Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
- 9 Выпуклость функции. Точки перегиба.
- 10 Асимптоты.
- 11 Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
- 12 Метод подстановки и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
- 13 Задача о площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
- 14 Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям в определенном интеграле.
- 15 Геометрические и физические приложения определенных интегралов.

- 16 Несобственный интеграл по бесконечному промежутку.
- 17 Несобственный интеграл от неограниченной функции.
- 18 Функции многих переменных. Предел функции. Непрерывность функции.
- 19 Частные производные функции многих переменных.
- 20 Дифференциал функции. Свойства дифференциала.
- 21 Частные производные и дифференциалы высших порядков.
- 22 Двойной интеграл и его свойства. Вычисление интеграла.
- 23 Замена переменной в двойном интеграле.
- 24 Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
- 25 Дифференциальные уравнения первого порядка. Виды и методы решений.
- 26 Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
- 27 Интегрируемые типы дифференциальных уравнений второго порядка.
- 28 Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
- 29 Числовые ряды и их свойства. Признаки сходимости рядов.

Практические задания к экзамену

1 Найти производную функции $y = \frac{1}{2x^2} + 3\operatorname{tg}x - 4\ln x$.

2 Вычислить производную функции $y = \ln \sin 5x$.

3 Найти производную функции $y = \frac{4x - 1}{-x}$.

4 Найти неопределенный интеграл

$$5 \int \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx.$$

6 Найти неопределенный интеграл $\int \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} + \cos x \right) dx$.

7 Найти неопределенный интеграл $\int \sqrt{5x^4 + 3} x^3 dx$.

8 Найти неопределенный интеграл $\int \ln x dx$.

9 Найти неопределенный интеграл $\int x^3 \ln x dx$.

10 Найти неопределенный интеграл $\int (x+1) \sin 3x dx$.

11 Вычислить площадь, ограниченную заданными парабололами.

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1; \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6.$$

12 Вычислить площадь, ограниченную заданными парабололами

$$y = 2x^2 - 6x + 1; \quad y = -x^2 + x - 1.$$

13 Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 5x}{\ln \sin 2x}$, используя правило Лопиталя.

14 Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$, используя правило Лопиталя.

15 Вычислить определенный интеграл $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$.

16 Найти общее решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка $y'' + 2y' + 1 = 0$.

17 Найти общее решение линейного дифференциального уравнения 2-го порядка $y'' + 2y' + 5 = 0$.

18 Найти частное решение уравнения $y'' + 9y = 8 \sin x$.

19 Найти асимптоты графика функции $y = \frac{3-x}{2x-4}$.

20 Найти частные производные функции $f(x, y) = e^{-x^3 + 2x^2y}$.

21 Найти значение частной производной f_{xy} в точке (1,2) функции

$$f(x, y) = x^2 \ln(x + y).$$

22 Найти промежутки возрастания и убывания функции $y = \frac{3-4x^3}{x^2+1}$.

23 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.

24 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+1} \right)^n$.

25 Проверить тождество $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$, если $z = e^{xy}$.

26 Вычислить дифференциал функции $z = \ln(x^2 + y^2)$.

27 Вычислить частные производные второго порядка $z = x^3 \cos 4y$.

28 Найти общее решение дифференциального уравнения $xyy' = 3x^2$.

Критерии оценки:

Оценка 5 «отлично» выставляется студенту при полном раскрытии теоретических вопросов, выполнении практического задания, свободном владении терминами.

Оценка 4 «хорошо» выставляется студенту при частичном раскрытии содержания одного из теоретических вопросов или не полном выполнении практического задания, понимании и владении понятийным аппаратом.

Оценка 3 «удовлетворительно» выставляется студенту при частичном раскрытии обоих теоретических вопросов, не полном выполнении практического задания, слабом владении понятийным аппаратом учебной дисциплины.

Оценка 2 «неудовлетворительно» выставляется студенту при не выполнении практического задания и в случае отсутствия ответа на вопросы экзаменационного билета.

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБУЧЕНИЯ

Основная литература:

- 1 Элементы высшей математики : учебное пособие для СПО / В. И. Белоусова, Г. М. Ермакова, М. М. Михалева [и др.] ; под редакцией Б. М. Веретенникова. — 2-е изд. — Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. — 296 с. — ISBN 978-5-4488-0395-6, 978-5-7996-2795-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/87794.html>

Интернет –ресурсы:

- 2 Вся элементарная математика: Средняя математическая интернет-школа— Режим доступа: <http://www.bymath.net>
- 3 Газета «Математика» Издательского дома «Первое сентября» – Режим доступа: <http://mat.1september.ru>
- 4 Задачи по геометрии: информационно-поисковая система – Режим доступа: <http://zadachi.mccme.ru>
- 5 Интернет-проект «Задачи» – Режим доступа: <http://www.problems.ru>
- 6 Луканкин А.Г. Математика [Электронный ресурс] : учеб. для учащихся учреждений сред. проф. образования / А. Г. Луканкин. - М.: ГЭОТАР-Медиа, 2014. - 320 с. - Режим доступа: <http://www.medcollegelib.ru>.
- 7 Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) – Режим доступа: <http://www.mathtest.ru>
- 8 Математическое образование: прошлое и настоящее. Интернет-библиотека по методике преподавания математики – Режим доступа: <http://www.mathedu.ru>
- 9 Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов – Режим доступа: <http://school-collection.edu.ru/collection/matematika>

- 10 Московский центр непрерывного математического образования – Режим доступа: <http://www.mccme.ru>
- 11 Научно-популярный физико-математический журнал «Квант» – Режим доступа: <http://www.kvant.info> ,<http://kvant.mccme.ru>
- 12 Портал Allmath.ru — Вся математика в одном месте – Режим доступа: <http://www.allmath.ru>
- 13 Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы,учительская, история математики – Режим доступа: <http://www.math.ru>
- 14 Прикладная математика: справочник математических формул, примеры и задачи с решениями – Режим доступа: <http://www.pm298.ru>