Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ПРОМЫШЛЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕКИЙ ТЕХНИКУМ»

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Учебной дисциплины

ЕН.04 Теория вероятностей и математическая статистика

специальность
10.02.01 «Организация и технология защиты информации»

Нижний Новгород
2022 г.

Контрольно - оценочные средства по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» разработаны на основе ФГОС СПО по специальности: 10.02. Организация и технология защиты информации, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 мая 2014 г. № 509 и рабочей программы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Организация-разработчик:

ГБПОУ «Нижегородский промышленно-технологический техникум»

I. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств.

1. Общие положения

Контрольно-оценочные средства (КОС) разработаны в соответствии с требованиями основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) и Федерального государственного стандарта по специальности 10.02.01 Организация и технология защиты информации среднего профессионального образования (СПО), программы учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Контрольно-оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика» для специальности СПО 10.02.01 Организация и технология защиты информации.

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

Результатом освоения дисциплины является формирование у обучающихся следующих компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности в области обеспечения информационной безопасности.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях
выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного
выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ОК 10. Применять математический аппарат для решения профессиональных задач.

ПК 1.1. Участвовать в сборе и обработке материалов для выработки решений по обеспечению защиты информации и эффективному использованию средств обнаружения возможных каналов утечки конфиденциальной информации.

ПК 1.4.Участвовать во внедрении разработанных организационных решений на объектах профессиональной деятельности.

ПК 1.8.Проводить контроль соблюдения персоналом требований режима защиты информации.

ПК 2.3. Организовывать документооборот, в том числе электронный, с учетом конфиденциальности информации.

ПК 3.1. Применять программно-аппаратные и технические средства защиты информации на объектах профессиональной деятельности.

ПК 3.2. Участвовать в эксплуатации систем и средств защиты информации защищаемых объектов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен иметь:

Умения	Знания
- применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач; - использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач; - применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа	- элементы комбинаторики; - понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность; - алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности; - схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. формулу (теорему) Байеса; - понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики; - законы распределения непрерывных случайных величин; - центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки; - понятие вероятности и частоты

2. Задания для текущего контроля, критерии оценки, эталоны ответов

Задания для текущего контроля, критерии оценки, эталоны ответов

Типовые задания для фронтального и индивидуального опроса о теме «Элементы комбинаторики»

1. Какие соединения называются размещениями?
2. Выпишите формулу для числа размещений из n элементов по m.
3. Какие соединения называются перестановками?
4. Выпишите формулу для числа перестановок из n элементов.
5. Какие соединения называются сочетаниями?
6. Выпишите формулу для числа сочетаний из n элементов по m.
7. Факториал – это …

Критерии оценки устного ответа:

При оценке обучающегося следует учитывать:

1) полноту и правильность ответа;
2) степень осознанности, понимания изученного;
3) языковое оформление ответа.

Оценка «5» ставится, если обучающийся

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой,
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Оценка «4» ставится, если ответ удовлетворяет основным требованиям к ответу на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическоесодержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Оценка «3» ставится, в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;

- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Оценка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов.

Типовые задания для теста по теме «Элементы комбинаторики».

№	Задание	№ ответа	Варианты ответа
1	У жителей планеты ХО в алфавите три буквы: А, О, Х. Слова состоят не более чем из трех букв (буква в слове может повторяться). Какое наибольшее количество слов может быть в словаре жителей этой планеты?	А	3
		Б	27
		В	39
		Г	30
2	Сколько трехзначных чисел существует, в записи которых встречаются только цифры 8 и 9.	А	6
		Б	8
		В	12
		Г	10
3	Сколько четырехзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из цифр: 0, 2, 4, 6, 8?	А	96
		Б	120
		В	144
		Г	48
4	Курьер должен разнести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов может он выбрать?	А	49
		Б	5040
		В	7
		Г	7^7
5	В оперном театре 10 певцов и 8 певиц, а в опере по замыслу	А	252

	композитора 5 мужских и 3 женских партии. Сколько существует различных певческих составов для спектакля?	Б	308
		В	3136
		Г	14122
6	У Антона 6 друзей. Он может пригласить в гости одного или нескольких из них. Определите общее число возможных вариантов.	А	63
		Б	6
		В	162000
		Г	64
7	«Проказница Мартышка, Осел, Козел и косолапый Мишка затеяли играть квартет». Сколькими способами они могут выгнать одного, не имеющего слуха, и потом сыграть на каких-то 3 из выбранных 5 инструментов из 12 данных?	А	24
		Б	792
		В	120
		Г	40
8	Вычислите $\frac{11!}{5!\cdot 6!}$	А	11088
		Б	55440
		В	462
		Г	402
9	Найдите значение выражения: $\frac{C_6^3 - C_6^2}{A_6^2}$	А	1/6
		Б	6
		В	8
		Г	5,8
10	Решите уравнение: $(3x)! = 504 \cdot (3x-3)!$	А	6

Критерии оценки тестового задания:

За один правильный ответ начисляется один балл

Оценка	Баллы
5	Выполнено 91-100%;
4	Выполнено 75- 90%;
3	Выполнено 60-74%;
2	Выполнено менее 60%

1. Логические операции над высказываниями, примеры.
2. Перечислить логические операции.
3. Таблица истинности для формул алгебры высказываний и методика её построения.
4. Дизъюнкция двух высказываний.
5. Конъюнкция двух высказываний.
6. Импликация двух высказываний.
7. Эквиваленция двух высказываний.
8. Операция двоичного сложения двух высказываний.
9. Отрицание высказывания.
10. Смысл инверсии.
11. Определение формулы. Истинностные значения формул. Определение функции. Представления истинностных функций формулами.
12. Определения тавтологии и противоречия. Закон контрапозиции, исключенного третьего, двойного отрицания.
13. Равносильность. Равносильные преобразования формул. Связь равносильности с тавтологиями.
14. Определения ДН-формы и КН-формы, приводимость всякой формулы к нормальной форме, примеры.
15. Логическое следствие
16. Закон двойственности.

Типовые задания для практической работы по теме «Элементы теории вероятностей»

Цели работы: получить представление о вероятности события и научиться применятьосновные понятия и свойства вероятностей для решения задач.

Дидактический материал для выполнения практической работы:

Методические рекомендации для выполнения практических работ, тетрадь для практическихработ, конспект лекций.

Краткое изложение темы.

Классическое определение вероятности .Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события А, к числу nвсех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т. е.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где Р(А) — вероятность события А. Отметим *свойства вероятности события*:

1. Вероятность любого события заключена между нулем и единицей, т.е. $0 \le P(A) \le 1$.

2. Вероятность достоверного события равна единице.

3. Вероятность невозможного события равна нулю.

Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

Статистической вероятностью события А называется относительная частота (частость) появления этого события в n произведенных испытаниях, т.е.

$$\overline{P}(A) = w(A) = \frac{m}{n},$$

где $\overline{P}(A)$-статистическая вероятность события А;

w (А) - относительная частота (частость) события А; m - число испытаний, в которых появилось событие А;n - общее число испытаний.

Геометрической вероятностью события А называется отношение меры области, благоприятствующей появлению события А, к мере всей области, т.е.

$$P(A = \frac{mes\_g}{mes\_G}.$$

Примеры выполнения заданий.

Пример 1. В урне 10 пронумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превосходит 10?

Решение:

Пусть событие *А*= (Номер вынутого шара не превосходит 10). Число случаев благоприятствующих появлению события *А* равно числу всех возможных случаев $m=n=10$. Следовательно, $P(A)=1$. Событие *А достоверное*.

Ответ: 1.

Пример 2. Из колоды в 36 карт вынимается одна карта. Какова вероятность появления карты червовой масти?

Решение:

Количество элементарных исходов (количество карт)$n=36$. Событие *А*= (Появление картычервовой масти). Число случаев, благоприятствующих появлению события $A, m=9$. Следовательно,

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$$

.

Ответ: 0,25.

Пример 3.В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули два шара. Какова вероятность, что обашара белые?
Решение:

Вынуть два шара из десяти можно следующим числом способов: $n = C_{10}^2 = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 45$.

Число случаев, когда среди этих двух шаров будут два белых, равно $m = C_6^2 = \frac{6!}{2!4!} = \frac{5 \cdot 6}{1 \cdot 2} = 15$.

Искомая вероятность $P = \frac{m}{n} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$.
Ответ: 1/3.
Пример 4.Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры. Какова вероятностьтого, что он с первого раза наберёт эти цифры правильно, если он помнит, что они различны?
Решение:
Обозначим А – событие, состоящее в том, что абонент, набрав произвольно две цифры, угадалих правильно. М – число правильных вариантов, очевидно, что М=1; N – число различных цифр, $N = A_{10}^2 = \frac{10!}{8!} = \frac{8!*9*10}{8!} = 9*10 = 90$. Таким образом, Р(А)=М/N=1/90.
Ответ: 1/90.
Пример 5. Внутри эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ расположен круг $x^2 + y^2 = 9$. Найти вероятность попадания точки в кольцо, ограниченное эллипсом и кругом.
Решение:
Пусть событие А – попадание точки в кольцо.
Тогда $P(A) = \frac{S_{кол}}{S_{эл}}$, где $S_{КОЛ} = S_{ЭЛ} - S_{КР} = \pi ab - \pi r^2$.

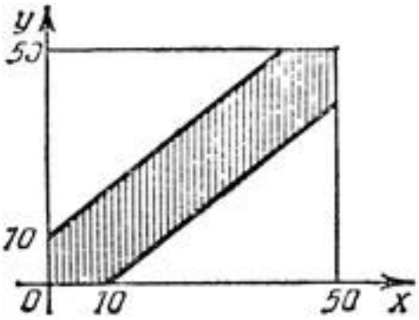
Так как a=5, b=4, r=3, то $P(A) = \frac{S_{кол}}{S_{эл}} = \frac{20\pi - 9\pi}{20\pi} = \frac{11}{20} = 0{,}55$.

Ответ: 0,55.

Пример 6. (Задача о встрече). Два студента А и В условились встретиться в определенном месте во время перерыва между 13 ч и 13 ч 50 мин. Пришедший первым ждет другого в течение 10 мин, после чего уходит. Чему равна вероятность их встречи, если приход каждого из них в течение указанных 50 мин может произойти наудачу и моменты прихода независимы?

Решение:

Обозначим момент прихода студента А через x, а студента В – через y. Для того, чтобы встреча произошла, необходимо и достаточно, чтобы $x + y \leq 10$. Изобразим x и y как декартовы координаты на плоскости, а в качестве единицы масштаба выберем одну минуту. Всевозможные исходы изобразятся точками квадрата со стороной 50, а исходы,благоприятствующие встрече, - точками заштрихованной области. Искомая вероятность равна отношению площади заштрихованной фигуры к площади всего квадрата:



P=$(50^2-40^2)/50^2$=0,36.

Ответ: 0,36.

Задания для практической работы.

Вариант 1

1 В урне 15 шаров: 5 белых и 10 черных. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?

2 Считая выпадение любой из граней игральной кости одинаково вероятным, найти вероятность выпадения грани с четным числом очков.

3 В кабинете работают 6 мужчин и 4 женщины. Для переезда наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц три женщины.

Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Как велика вероятность, что в нем все цифры кратны 2.

Внутри прямоугольника со сторонами 5 и 4 см расположен квадрат со стороной 2 см. Найти вероятность попадания точки в область, ограниченную прямоугольником и квадратом.

Два студента условились встретиться в определенном месте во время перерыва между12ч и 12ч 45 мин. Пришедший первым ждет другого в течении 15 минут, после чего уходит. Чему равна вероятность их встречи, если приход каждого из них может произойти наудачу и моменты прихода независимы.

<u>Критерии оценки практических работ:</u>

Оценка «5» ставится в том случае, если обучающийся:

- выполнил работу в полном объеме;
- в представленном отчете правильно и аккуратно выполнил все записи, таблицы, рисунки,графики, вычисления;
- оформлена работа в соответствии с требованиями;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаясяследствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4» ставится в том случае, если обучающийся:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умениеобосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

– допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3» ставится в том случае, если обучающийся:

– работа выполнена на 60%;

– допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах илиграфиках, но обучающийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2» ставится в том случае, если обучающийся:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеетобязательными умениями по данной теме в полной мере;
- значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Типовые задания для практической работы по теме «Случайные величины»

Задача 1. В лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывался один выигрыш в 50 у.е. и десять выигрышей по 10 у.е. Найти закон распределения величины X – стоимости возможного выигрыша.

Решение. Возможные значения величины X: $x_1 = 0$; $x_2 = 10$ и $x_3 = 50$. Так как «пустых» билетов – 89, то $p_1 = 0,89$, вероятность выигрыша 10 у.е. (10 билетов) – $p_2 = 0,10$ и для выигрыша 50 у.е. – $p_3 = 0,01$. Таким образом:

X	0	10	50
P	0,89	0,10	0,01

Легко проконтролировать: $p_1 + p_2 + p_3 = 0,89 + 0,10 + 0,01 = 1$.

Задача 2. Вероятность того, что покупатель ознакомился заранее с рекламой товара равна 0,6 (p=0,6). Осуществляется выборочный контроль качества рекламы путем опроса покупателей до первого, изучившего рекламу заранее. Составить ряд распределения количества опрошенных покупателей.

Решение. Согласно условию задачи p = 0,6. Откуда: q=1-p = 0,4. Подставив данные значения, получим: $p(X = m) = p \cdot q^{m-1} = 0,6 \cdot 0,4^{m-1}$ и построим ряд распределения:

X	1	2	…	m	…
p_i	0,6	0,24	…	$0,6 \cdot 0,4^{m-1}$	…

Задача 3. Компьютер состоит из трех независимо работающих элементов: системного блока, монитора и клавиатуры. При однократном резком повышении напряжения вероятность отказа каждого элемента равна 0,1. Исходя из распределения Бернулли составить закон распределения числа отказавших элементов при скачке напряжения в сети.

Решение. Рассмотрим **распределение Бернулли** (или биномиальное): вероятность того, что в n испытаниях событие А появится ровно k раз: $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, или:

X	0	1	…	k	…	n
P	q^n	pq^{n-1}	…	$C_n^k p^k q^{n-k}$	…	p^n

Вернёмся к задаче.
Возможные значения величины X (число отказов):
$x_0 = 0$ – ни один из элементов не отказал;
$x_1 = 1$ – отказ одного элемента;
$x_2 = 2$ – отказ двух элементов;
$x_3 = 3$ – отказ всех элементов.
Так как, по условию, p = 0,1, то q = 1 – p = 0,9. Используя формулу Бернулли, получим

$P_3(0) = C_3^0 p^0 q^3 = q^3 = 0{,}9^3 = 0{,}729$

, $P_3(1) = C_3^1 p^1 q^2 = 3pq^2 = 3 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^2 = 0{,}243$,

$P_3(2) = C_3^2 p^2 q^1 = 3p^2 q = 3 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9 = 0{,}027$

, $P_3(3) = C_3^3 p^3 q^0 = p^3 = 0{,}1^3 = 0{,}001$.

Контроль: $0{,}729 + 0{,}243 + 0{,}027 + 0{,}001 = 1$.
Следовательно, искомый закон распределения:

X	0	1	2	3
p	0,729	0,243	0,027	0,001

Задача 4. Произведено 5000 патронов. Вероятность того, что один патрон бракованный $p = 0{,}0002$. Какова вероятность того, что во всей партии будет ровно 3 бракованных патрона?
Решение. Применим **распределение Пуассона**: это распределение используется для определения вероятности того, что при очень большом

количестве испытаний (массовые испытания), в каждом из которых вероятность события А очень мала, событие А наступит k раз: $P_n(k) = \dfrac{(np)^k}{k! \cdot e^{np}}$, где $e \approx 2{,}718$.
Здесь n = 5000, p = 0,0002, k = 3. Находим $np = 5000 \cdot 0{,}0002 = 1$, тогда искомая вероятность: $P_{5000}(3) = \dfrac{1^3}{3! \cdot e} \cong 0{,}06$.

Задача 5. При стрельбе до первого попадания с вероятностью попадания p = 0,6 при выстреле надо найти вероятность того, что попадание произойдет при третьем выстреле.
Решение. Применим геометрическое распределение: пусть производятся независимые испытания, в каждом из которых событие А имеет вероятность появления p (и непоявления q = 1 – p). Испытания заканчиваются, как только произойдет событие А.

При таких условиях вероятность того, что событие А произойдет на k-ом испытании, определяется по формуле: $P(x = k) = q^{k-1} \cdot p$. Здесь p = 0,6; q = 1 – 0,6 = 0,4; k = 3. Следовательно, $P(x = 3) = 0{,}4^{3-1} \cdot 0{,}6 = 0{,}096$.

1. **Задача 6**. Пусть задан закон распределения случайной величины X:

X	1	2
P	0,2	0,8

Найти математическое ожидание.
Решение. $M(X) = 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}8 \cdot 2 = 1{,}8$.
Заметим, что вероятностный смысл математического ожидания – это среднее значение случайной величины.

Задача 7. Найти дисперсию случайной величины X со следующим законом распределения:

X	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

Решение. Здесь $M(X) = 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}6 + 5 \cdot 0{,}3 = 3{,}5$.
Закон распределения квадрата величины X^2:

X^2	4	9	25
P	0,1	0,6	0,3

$M(X^2) = 4 \cdot 0{,}1 + 9 \cdot 0{,}6 + 25 \cdot 0{,}3 = 13{,}3$.

Искомая дисперсия: $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 13{,}3 - 3{,}5^2 = 1{,}05$.
Дисперсия характеризует меру отклонения (рассеяния) случайной величины от её математического ожидания.

Задача 8. Пусть случайная величина задается распределением:

X	2м	3м	10м
P	0,1	0,4	0,5

Найти её числовые характеристики.
Решение: $M(X) = 2 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 0{,}4 + 10 \cdot 0{,}5 = 6{,}4$ м, $M(X^2) = 2^2 \cdot 0{,}1 + 3^2 \cdot 0{,}4 + 10^2 \cdot 0{,}5 = 54$ м^2,
$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 54 - 6{,}4^2 = 13{,}04$ м^2, $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{13{,}04} \approx 3{,}61$ м.
Про случайную величину X можно сказать либо – ее математическое ожидание 6,4 м с дисперсией 13,04 м^2, либо – ее математическое ожидание 6,4 м с отклонением $\pm\ 3{,}61$ м. Вторая формулировка, очевидно, нагляднее.

Задача 9. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -1 \\ 0{,}75x + 0{,}75 & \text{при } -1 < x \le 1/3 \\ 1 & \text{при } x > 1/3 \end{cases}.$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $0 < x < 1/3$.

Решение. Вероятность того, что X примет значение из заданного интервала, равно приращению интегральной функции в этом интервале, т.е. $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$. В нашем случае $a = 0$ и $b = 1/3$, поэтому

$$P(0 < X < \frac{1}{3}) = F(\frac{1}{3}) - F(0) = (0{,}75 \cdot \frac{1}{3} + 0{,}75) - (0{,}75 \cdot 0 + 0{,}75) = 0{,}25.$$

Типовые задания для практической работы по теме «Элементы математической статистики»

Пример:

Мода выборки 7,6,2,5,6,1 равна 6;

а выборка 2,3,8,2,8,5 имеет две моды: Мо=2, Мо=8.

Медиана (обозначают Ме) — это число (значение случайной величины), разделяющее упорядоченную выборку на две равные по количеству данных части.

Если в упорядоченной выборке нечётное количество данных, то медиана равна серединному из них. Если в упорядоченной выборке чётное количество данных, то медиана равна среднему арифметическому двух серединных чисел.

Пример:

5,9,1,4,5,−2,0.

Расположим элементы выборки в порядке возрастания: −2,0,1,4,5,5,9. Количество данных нечётно. Слева и справа от числа 4 находятся по 3 элемента, т. е. 4 — серединное число выборки, поэтому Ме =4.

Пример:

7,4,2,3,6,1.

Упорядочим элементы выборки: 1,2,3,4,6,7.

Количество данных чётно. Серединные данные выборки: 3 и 4, поэтому Ме=(3+4):2=3,5.

Среднее (или среднее арифметическое) выборки — это число, равное отношению суммы всех чисел выборки к их количеству.

Если рассматривается совокупность значений случайной величины X, то её среднее обозначают $\acute{X}$.

Пример:

Найти среднее выборки значений случайной величины X, распределение которых по частотам представлено в таблице:

X	2	3	4	8	10
M	1	2	3	1	1

$$\acute{X} = \frac{2\cdot1+3\cdot2+4\cdot3+8\cdot1+10\cdot1}{1+2+3+1+1} = 4{,}75$$

Одной из наиболее распространённых характеристик выборки значений случайной величины, чьё распределение по вероятностям известно, является так называемое математическое ожидание.

Пусть распределение по вероятностям P значений некоторой случайной величины X задано таблицей:

X	X_1	X_2	...	X_{n-1}	X_n
P	P_1	P_2	...	P_{n-1}	P_n

Тогда число E, где $E=X_1\cdot P_1+X_2\cdot P_2+...+X_{n-1}\cdot P_{n-1}+X_n\cdot P_n$ называют математическим ожиданием (или средним значением) случайной величины X.

Контрольная работа №1 «Элементы комбинаторики»

Контрольная работа №2 «Элементы теории вероятностей»

Вариант 1

1) Из десяти билетов 4 выигрышных. Приобретается четыре билета. Какова вероятность того, что: хотя бы один из них невыигрышный; не менее трѐх выигрышных; все выигрышные?
2) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что не потребует наладки I станок, равна 0,9; II станок – 0,6; III станок – 0,7. Вычислить вероятность того, что только один станок потребует наладки: хотя бы один станок потребует наладки.
3) В первом ящике из 14 ламп 3 неисправны, во втором – из 10 ламп одна неисправная. Какова вероятность извлечь из наугад выбранного ящика исправную лампу?
4) Техническая система состоит из пяти узлов. Вероятность нарушения режима работы для каждого узла равна 0,2. Найти вероятность выхода из строя двух узлов системы; хотя бы одного узла; наивероятнейшее число узлов, не вышедших из строя.

Вариант 2

1) Из урны, содержащей 5 белых и 4 черных шара, наугад извлекают три. Определить вероятность того, что среди них: ровно один чѐрный; хотя бы один из них чѐрный; все белые.
2) Изделие подвергается четырем видам испытаний. Вероятность того, что изделие выдержит первое испытание, равна 0,9; второе – 0,6; третье – 0,8; четвертое – 0,7. Найти вероятность того, что изделие выдержит более двух испытаний; хотя бы одно испытание.
3) В первой корзине 7 яблок и 9 груш, во второй – 2 яблока и 4 груш, в третьей – 11 яблок и 4 груши. Из наугад выбранной корзины взяли один фрукт. Найти вероятность того, что это груша. Какова вероятность того, что выбранная таким образом груша была в третьей корзине?
4) Вероятность того, что лампа останется исправной в течение месяца, равна 0,9. В коридоре поставили 5 новых ламп. Какова вероятность того, что из строя выйдут три лампы; останутся исправными менее 4-х ламп?

Вариант 3

1) Из колоды в 36 карт наудачу извлекают 5 карты. Найти вероятность того, что будут вынуты три туза; хотя бы один король; больше двух тузов.
2) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность того, что потребует наладки I станок, равна 0,2; II станок – 0,3; III станок – 0,1. Вычислить вероятность того, что ровно одинстанок потребует наладки; хотя бы один станокпотребует наладки, не менее двух потребуютналадки.
3) Литье в болванках поступает из двух цехов: из первого в пять раз больше, чем из второго цеха. При этом первый цех дает 5% брака, а второй – 4%. Найти вероятность того, что взятая наугад болванка не содержит дефекта.
4) Какова вероятность пять раз попасть в цель, если вероятность попадания равна 0,8 и производится 8 независимых выстрелов? Найти вероятность не менее 6 попаданий; наивероятнейшее число попаданий.

Вариант 4

1) В урне 8 белых и 4 зеленых шара. Наудачу вынимают 5 шаров. Определить вероятность вынуть 4 белых и 1 зеленый шар; не менее двух белых; хотя бы один зелѐный.
2) Производят независимые выстрелы по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8.Определить вероятность того, что мишень будет поражена только при шестом выстреле; будет сделано более пяти выстрелов.
3) На двух станках обрабатывают одинаковыедетали. Вероятность брака для станка № 1 равна 0,02, для станка № 2 – 0,04. Обработанные детали собирают в одном месте, причем со станка № 1 втрое меньше, чем со станка № 2. Вычислить вероятность того, что наудачу взятая деталь будет дефектной.
4) В некотором обществе 4% дальтоников. Какова вероятность того, что среди 5 отобранных человек, будет хотя бы один дальтоник, не менее 3-х дальтоников, наивероятнейшее число дальтоников?

Контрольная работа №3 «Случайные величины»

Вариант 1

А1. Случайная величина X принимала значения: 2, 1, 2, 3, 4, 3, 3, 2, 3, 4. Составьте таблицу распределения значений случайной величины X по частотам (M) и относительным частотам (W). Постройте полигон частот значений величины X.

А2. Найдите моду, медиану, среднее и размах выборки значений случайной величины:

а) 7, 4, 6, 5, 6, 7, 5, 6;

б) 3, 5, 6, 4, 4, 5, 2, 4, 3;

в) 34, 35, 34, 37, 38, 37, 37.

В1. В таблице записаны рост 20 девочек IX класса:

153	153	154	154	154	154	155	155	155	155
155	156	156	157	157	157	158	158	159	160

Построить таблицы распределения частот и относительных частот. Построить полигон частот.

В2. В организации вели ежедневный учёт поступивших в течение месяца писем. В результате получили такой ряд данных: 39, 43, 40, 0, 56, 38, 24, 21, 35, 38, 0, 58, 31, 49, 38, 25, 34, 0, 52, 40, 42, 40, 39, 54, 0, 64, 44, 50, 38, 37, 32. Составить таблицы распределения по частотам и относительным частотам значений случайной величины. Найдите размах, среднее, моду и медиану для данного ряда.

С1. Найти дисперсию выборки: 23, 29, 25, 26, 22.

Вариант 2

А1. Случайная величина X принимала значения: 1, 0, 4, 3, 1, 5, 3, 2, 4, 3. Составьте таблицу распределения значений случайной величины X по частотам (M) и относительным частотам (W). Постройте полигон относительных частот значений величины X.

А2. Найдите моду, медиану, среднее и размах выборки значений случайной величины:

а) 3, 5, 6, 4, 4, 5, 2, 4, 3;

б) 7, 4, 6, 5, 6, 7, 5, 6;

в) 3,5; 3,8; 4,1; 2,8; 3,7; 4,4; 2,9.

В1. В таблице записаны размеры обуви 20 девочек IX класса:

34	34	35	35	35	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	38	38	39	39	39

Построить таблицы распределения частот и относительных частот. Построить полигон частот.

В2. Отмечая время (с точностью до минут), которое токари бригады затратили на обработку одной детали, получили такой ряд данных: 30, 32, 32, 38, 36, 31, 32, 38, 35, 36, 32, 40, 42, 36, 33, 35, 32, 40, 38. Составить таблицы распределения по частотам и относительным частотам значений случайной величины. Найдите размах, среднее, моду и медиану для данного ряда.

С1. Найти дисперсию выборки: 23, 29, 25, 26, 22.

4. Вопросы к дифференцированному зачету.

1. Основные правила комбинаторики

1. Генеральная совокупность без повторений и выборки без повторений. Генеральная совокупность с повторениями и выборки с повторениями

2. Случайные события и операции над ними.

3. Классическая формула вероятности. Определение вероятности события, свойства вероятности.

4. Статистическая и геометрическая вероятность.

5. Теоремы сложения вероятностей.

6. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей.

7. Вероятность появления хотя бы одного события

8. Формула полной вероятности.

9. Формула Байеса
10. Формула Бернулли
11. Локальная формула Лапласа
12. Интегральная формула Лапласа
13. Формула Пуассона
14. Биноминальное распределение
15. Геометрическое распределение
16. Распределение Пуассона
17. Определение ДСВ. Закон распределения ДСВ.
18. Математическое ожидание и его вероятностный смысл.
19. Математическое ожидание и его свойства. (с доказательством свойств)
20. Отклонение. Математическое ожидание отклонения (вывод).
21. Определение дисперсии. Формула для вычисления дисперсии (вывод)
22. Дисперсия и ее свойства (с доказательством свойств)
23. Среднее квадратическое отклонение.
24. Начальные и центральные теоретические моменты.
25. Неравенство Чебышева (без док-ва).
26. Теорема Чебышева
27. Теорема Бернулли
28. Определение НСВ. Функция распределения и ее свойства (со следствиями). График функции распределения.
29. Плотность распределения. Свойства плотности распределения.
30. Вероятность попадания случайной величины в интервал (a,b).
31. Числовые характеристики НСВ.
32. Нормальное распределение
33. Показательное распределение
34. Равномерное распределение (нахождение математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения)

35. Системы двух случайных величин (геометрическое истолкование). Закон распределения двумерной случайной величины.
36. Функция распределения двумерной случайной величины, ее свойства.
37. Понятие графа. Разновидности графов
38. Матричное задание графов
39. Деревья)
40. Эйлеровы графы
41. Выборочный метод.
42. Дискретный вариационный ряд(порядок построения)
43. Интервальный вариационный ряд (порядок построения) .
44. Графическое изображение вариационных рядов.
45. Характеристики положения вариационного ряда
46. Показатели вариации
47. Статистическое оценивание числовых характеристик (точечная оценка, свойства)
48. Статистическое оценивание числовых характеристик (интервальная оценка, доверительный интервал)
49. Статистическая гипотеза, нулевая гипотеза, конкурирующая гипотеза, ошибки первого и второго рода
50. Статистический критерий. Критическая область. Область принятия гипотезы.
51. Правосторонняя, левосторонняя, двусторонняя критическая область.
52. Дисперсионный анализ
53. Корреляционная зависимость. Виды корреляций.
54. Коэффициент корреляции, свойства.
55. Основные методы оценки коэффициента корреляции.
56. Линейное уравнение регрессии, отыскание параметров.
57. Линейная парная корреляция
58. Нелинейная корреляция

Практическое задание к дифференцированному зачету

1. Читатель в поисках нужной книги обходит три библиотеки. Вероятность того, что она имеется в очередной библиотеке, равна 0,3. Найти вероятность того, что читатель нашел книгу.

2. В первой урне 10 деталей. Из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная.

3. На плоскости начерчены две концентрические окружности, радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями.

4. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80 % . Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут не менее четырех.

5. Три студента сдают экзамен. Вероятность того, что отдельный студент сдаст экзамен на «отлично», равна для первого студента 0,7, для второго – 0,6, для третьего – 0,2. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан на «отлично»: а) только одним студентом; б) хотя бы одним студентом.

6. Вероятность того, что при сортировке изделий одно из них будет разбито, равна 0,005. Найти вероятность того, что из 200 изделий окажутся разбитыми три изделия.

7. Первый студент из 20 вопросов программы выучил 17, второй – 12. Каждому студенту задают по одному вопросу. Определить вероятность того, что : а) хотя бы один студент ответит верно; б) правильно ответит только первый студент.

8. На предприятии имеется три автомобиля. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,9, второго – 0,7, третьего – 0,8. Найти вероятность того, что в течении определенного времени будут безотказно работать: а) все автомобили; б) хотя бы один автомобиль.

9. Из урны содержащей 4 красных и 6 черных шаров, вынимают два шара (без возвращения первого). Какова вероятность того, что будут вынуты: а) красный и черный в любой последовательности; б) второй шар будет черным.

10. Два из трех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,2; 0,4 и 0,3.

11. Станок автомат делает детали. Вероятность того, что деталь окажется бракованной 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется ровно 4 бракованных.

12. Всхожесть семян составляет 80%. Какова вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдут от 650 до 760.

13. Найти вероятность того, что событие А появится в пяти независимых испытаниях не менее двух раз, если в каждом испытании вероятность появления события А равна 0,3.

14. Найти вероятность того, что при 400 испытаниях событие наступит ровно 104 раза, если вероятность его появления в каждом испытании равна 0,2.

15. Вероятность появления события в каждом из 10000 независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,001.

16. Сколько раз надо бросить монету, чтобы с вероятностью 0,6 можно было ожидать, что отклонение относительной частоты появлений герба от вероятности p=0,5 окажется по абсолютной величине не более 0,01.

17. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти какое отклонение относительной частоты появления события от его вероятности можно ожидать с вероятностью 0,9128 при 5000 испытаний.

18. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 70 и не более 80 раз.

19. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность

того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не более 70 раз.

20. В первом ящике из 6 шаров 4 красных и 2 черных, во втором ящике из 7 шаров 2 красных и 5 черных. Из первого ящика во второй переложили один шар, затем из второго в первый переложили один шар. Найти вероятность того, что шар извлеченный после этого из первого ящика черный?

21. Вероятность работы каждого из четырех комбайнов без поломок в течении определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа комбайнов, работавших безотказно.

22. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0,05	0,15	0,2	0,4	0,2

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X.

23. Вероятность сдать экзамен студентом на «отлично» равна 0,3, на «хорошо» - 0,4. Определить вероятности получения оценок «неудовлетворительно» и «удовлетворительно», если известно, что M(X)=3,9.

24. По одному тиражу лотереи куплено 100 билетов. Среднее квадратическое отклонение числа выигранных билетов равно трем. Найти вероятность выигрыша по одному билету.

25. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины X – числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя.

26. Случайные величины X , Y независимы. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины Z = 2X – 4Y , если D(X) = 4, D(Y) = 6, M(X) = 5, M(Y) = 3.

27. Вероятность работы каждого из четырех комбайнов без поломок в течении определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа комбайнов, работавших безотказно.

28. В группе из 10 спортсменов 6 мастеров спорта. Отбирают 3–х спортсменов. Составить закон распределения случайной величины X – числа мастеров спорта из отобранных спортсменов.

29. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(X)=\begin{cases}0, \text{при } x\le 1\\ \dfrac{x^2}{8}-\dfrac{1}{8}, \text{при } 1<x\le 3\\ 1, \text{при } x>3\end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

30. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием a = 15 и дисперсией D = 4.

Найти:

а)вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу (9; 19); б)вероятность того, что абсолютная величина отклонения X-а окажется меньше δ =0,1

31. Все значения равномерно распределенной непрерывной случайной величины лежат на отрезке от 2 до 8. Найти плотность вероятности, функцию распределения и числовые характеристики непрерывной случайной величины и вероятность попадания в интервал от 3 до 5. Построить графики.

32. Непрерывная случайная величина распределена по экспоненциальному закону с параметром $\lambda=2.5$. Найти плотность вероятности, функцию распределения и числовые характеристики непрерывной случайной величины, а так же вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в интервал (0.1; 0.2).

33. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , x \le 1 \\ C(x2\text{-}x) & , 1 < x \le 2 \\ 0 & , x > 2 \end{cases}$$

Найти: а) постоянную С

б) вероятность попадания СВ Х в интервал (1/2; 3/2).

34. Найти дисперсию дискретной случайной величины Х- числа появлений события А в двух не зависимых испытаниях, , если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что М(Х)=0,9.

35. Чему равна вероятность того, что нормальная случайная величина с математическим ожиданием, равным 3, и дисперсией, равной 1, примет значение из интервала (0,5; 3,5).

36. Среднее значение длины бруска равно 4 м, а среднее квадратическое отклонение 0,2 м. Оцените вероятность того, что длина наугад взятого бруска окажется не менее 3,5 м и не более 4,5 м

37. Дискретная случайная величина задана законом распределения

x_i	1	x_2	x_3	8
p_i	0,1	p_2	0,5	0,1

Найти x_2 , x_3 , p_2 , если $M(X)$=4, $M(X^2)$= 20,2.

38. Случайная величина Х задана плотностью распределения. Найти функцию распределения и построить ее график.

$$f(x) = \begin{cases} 0, \; x < 0 \\ 3e^{-3x}, \; x \ge 0 \end{cases}$$

39. Случайная величина Х задана функцией распределения:

$$F(X) = \begin{cases} 0, \text{при } \; x \le A \\ \dfrac{x^6}{4}, \text{при } A < x \le B \\ 1, \text{при } x > B \end{cases}$$

Найти значение A и B, математическое ожидание.

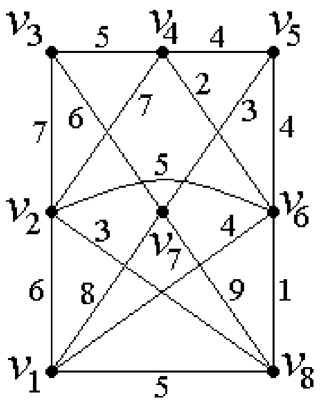
40. Независимые случайные величины X,Y имеют следующие распределения:

x_i	2	4	6
p_i	0,3	0,5	0,2

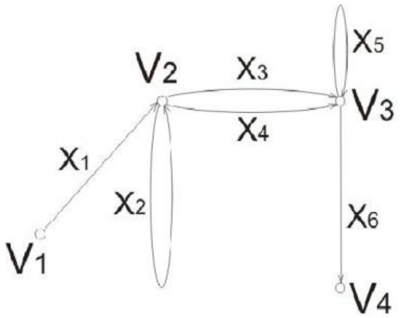
y_i	3	4
p_i	0,4	0,6

Составить закон распределения случайной величины X+Y, найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

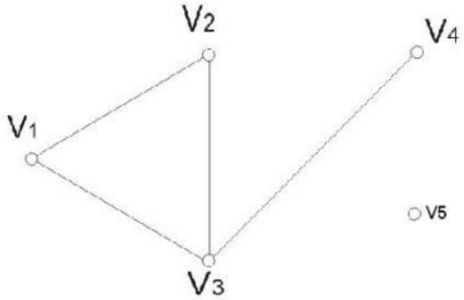
41. Найти минимальное остовное дерево.



42. Для данного орграфа найти матрицу смежности и инцидентности



43. Найти матрицу смежности и инцидентности



44. По списку на предприятии числится 40 рабочих, которые имеют следующие разряды:1,5,2,4,3,4,6,4,5,1,2,2,3,4,5,3,4,5,2,1,4,5,5,4,3,4,6,1,2,4,4,3,5,6,4,3,3,1,3,4.

Построить дискретный вариационный ряд , изобразить графически, найти характеристики, опираясь на формулы математической статистики.

45. Для данного дискретного вариационного ряда найти характеристики положения вариационного ряда опираясь на формулы математической статистики.

Размер заработной платы, тыс.руб.	10	12	13	14	15	16	итого
Число рабочих, имеющих такую з/п	5	10	20	30	25	10	100

46. Для данного дискретного вариационного ряда найти показатели вариации опираясь на формулы математической статистики.)

Размер заработной платы, тыс.руб.	10	12	13	14	15	16	итого

Число рабочих, имеющих такую з/п	5	10	20	30	25	10	100

47. По выборке объема n= 25 найдено среднее значение $x_в$= 16,8. Считая, что генеральная совокупность распределена по нормальному закону с σ = 5, определить интервальную оценку для математического ожидания с надежностью 99% .

48. По данным 16 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений xв= 42,8 и «исправленное» среднее квадратическое отклонение s=8. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью 0,999 .

49. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равно 0,2, если известно среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности σ = 1,5.

50. По данным выборки объема 10 из генеральной совокупности нормально распределенного количественного признака найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение s=5,1. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение σ с надежностью 0,999.

51. Имеются следующие данные об урожайности озимой пшеницы в 40 обследованных хозяйствах: 27,1 18,2 16,3 22 24,3 24,8 33 27,3 28,5 15,1 19,5 28,1 25,1 26,7 28,4 29,6 23,7 18 31 19,8 26 23,5 20,2 25,1 22,8 27 20,4 24 29,5 22,9 19,9 27 25,3 23,9 21,5 23,1 21,1 22,6 25,8 23,8

1) Определите размах вариации урожайности
2) Постройте интервальный вариационный ряд с равными интервалами, выделив 6 групп хозяйств по величине урожайности.
3) Изобразите ряд графически с помощью гистограммы распределения, преобразуйте последнюю в полигон распределения, найдите моду(по гистограмме).
4) По накопленным частотам постройте кумуляту распределения 40 хозяйств по величине урожайности, найдите медиану.

52. Известны следующие данные о результатах сдачи абитуриентами вступительных экзаменов на I курс вуза в 2001 г. (баллов): 18, 16, 20, 17, 19, 20, 17, 17, 12, 15, 20, 18, 19, 18, 18, 16, 18, 14, 14, 17, 19, 16, 14, 19, 12, 15, 16, 20.

Постройте: а) ряд распределения абитуриентов по результатам сдачи ими вступительных экзаменов, выделив четыре группы абитуриентов с равными интервалами;
б) ряд, делящий абитуриентов на поступивших и не поступивших в вуз, учитывая, что проходной балл составил 15 баллов.
в)укажите, по какому группировочному признаку построен каждый из этих рядов распределения: атрибутивному или количественному.

53. По двум независимым малым выборкам, объемы которых n=10 и n=8, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние: $\bar{x} = 142,3 \quad \bar{y} = 145,3$ и исправленные дисперсии: $s_x^2 = 2,7 \; и \; s_y^2 = 3,2$. При уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу H_0:M(X)=M(Y) при конкурирующей гипотезе H_1: M(X)≠M(Y).

Указание: предварительно проверить равенство дисперсий, используя критерий Фишера-Снедекора.

54. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором получены следующие результаты (в мм): 92, 94, 103, 105, 106. Найти: 1) выборочную среднюю длину стержня; 2) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

55. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n=12. Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности с помощью доверительного интервала

x_i	-0,5	-0,4	-0,2	0	0,2	0,6	0,8	1	1,2	1,5
n_i	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

56. Даны две независимые выборки объема 11 и 14, извлеченные из нормальных совокупностей X, Y. Известны также исправленные дисперсии, равные соответственно 0,75 и 0,4. Необходимо проверить нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при уровне значимости γ=0,05. Конкурирующую гипотезу выбрать по желанию.

57. Утверждается, что шарики для подшипников, изготовленные автоматическим станком, имеют средний диаметр 10 мм. Используя односторонний критерий с α=0,05, проверить эту гипотезу, если в выборке из n шариков средний диаметр оказался равным 10,3 мм, а дисперсия известна и равна 1 мм.

58. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X по результатам выборки:

x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
n_i	7	9	28	27	30	26	21	25	22	9	5

59. Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением σ=0,2извлечена выборка объема n=25и по ней найдена выборочная средняя $x_{ср}$ = 21,04. Проверить нулевую гипотезу H_0: $a=a_0=21$, при конкурирующей гипотезе H1: a≠21 и уровне значимости 0,1.

60. По выборке объема n=17, извлеченной из нормальной генеральной совокупности, найдена исправленная выборочная дисперсия s^2=0,24. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2 = 0{,}18$, приняв в качестве конкурирующей гипотезы H_1:σ^2>0,18.

61. На двух аналитических весах, в одном и том же порядке, взвешаны 10 проб химического вещества и получены следующие результаты взвешиваний в мг):

x_i	25	30	28	50	20	40	32	36	42	38
y_i	28	31	26	52	24	36	33	35	45	40

При уровне значимости 0,01 установить, значимо или незначимо различаются результаты взвешиваний, в предположении, что они распределены нормально.

62. Партия изделий принимается, если вероятность того, что изделие окажется бракованным, не превышает 0,03. Среди случайно отобранных 400 изделий оказалось 18 бракованных. Можно ли принять партию?

Указание: Принять H_0: $p=p_0=0{,}03$, H_1: $p>0{,}03$, α=0,05.

63. Найти методом произведений выборочные среднюю, дисперсию , асимметрию и эксцесс следующего статистического распределения (разбить на пять частичных интервалов):

x_i	6	8	11	13	15,5	17,5	20	23,5	24,5	26
m_i	1	9	6	6	4	6	8	5	4	1

64. Найти методом сумм выборочные среднюю, дисперсию, асимметрию и эксцесс следующего статистического распределения(разбить на пять частичных интервалов):

x_i	10	13	15	17	19	23	24	26	28	32	34	35
m_i	2	4	6	8	9	6	20	15	10	8	7	5

65. Данные опыта приведены в таблице

X	2	4	6	8	10	12	14

Y	4.5	7.0	8.0	7.5	9.0	8.5	9.5

Полагая, что X и Y связаны зависимостью вида $y = a + bx$ найти коэффициенты a и b методом наименьших квадратов

66. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по следующим данным и оценить его качество

X	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Y	10	12	14	16	18	205

67. Дана таблица результатов наблюдений (ОК1-ОК9, ПК 3.4)

X	3	6	9	12	15	18
Y	7.0	8.0	7.5	9.0	8.5	8.0

Найти выборочный коэффициент корреляции и оценить при уровне значимости 0,05

68. Найти выборочное уравнение прямых линий регрессии Y на X по данным корреляционной таблицы.

Y	X							
	18	23	28	33	38	43	48	n_y
125	—	1	—	—	—	—	—	1
150	1	2	5	—	—	—	—	8
175	—	3	2	12	—	—	—	17
200	—	—	1	8	7	—	—	16
225	—	—	—	—	3	3	—	6
250	—	—	—	—	—	1	1	2
n_x	1	6	8	20	10	4	1	$n=50$

69. Найти выборочное уравнение прямых линий регрессии Y на X по данным корреляционной таблицы.

Y	X							
	5	10	15	20	25	30	35	n_y
100	—	—	—	—	—	6	1	7
120	—	—	—	—	—	4	2	6
140	—	—	8	10	5	—	—	23
160	3	4	3	—	—	—	—	10
180	2	1	—	1	—	—	—	4
n_x	5	5	11	11	5	10	3	$n=50$

70. По выборке объема 100, извлеченной из двумерной нормальной генеральной совокупности составлена корреляционная таблица. Требуется: 1) найти выборочный коэффициент корреляции; 2) при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции $r_г$ при конкурирующей гипотезе H_1: $r_г \neq 0$.

Y	X						n_y
	2	7	12	17	22	27	
110	2	4	—	—	—	—	6
120	—	6	2	—	—	—	8
130	—	—	3	50	2	—	55
140	—	—	1	10	6	—	17
150	—	—	—	4	7	3	14
n_x	2	10	6	64	15	3	$n = 100$

Критерии оценки на зачете.

Критерии оценки устного ответа

3 балла ставится в том случае, если студент:

Обнаруживает полное понимание рассматриваемых определений, умеет подтвердить свои знания конкретными примерами, применить в новой ситуации и при выполнении практических заданий.
Умеет делать анализ, обобщения и собственные выводы по отвечаемому вопросу.

2 балла ставится в том случае, если студент:

Допускает одну негрубую ошибку или не более двух недочетов и может их исправит самостоятельно, или при помощи небольшой помощи учителя.
Не обладает достаточным навыком работы со справочной литературой (например, обучающийся умеет все найти, правильно ориентируется в справочниках, но работает медленно).

1 балл ставится в том случае, если студент:

Обнаруживает отдельные пробелы в усвоении существенных вопросов курса, не препятствующие дальнейшему усвоению программного материала.
Испытывает затруднения в применении знаний, необходимых для решения практических задач различных типов.

0 баллов ставится в том случае, если студент:

Не знает и не понимает значительную или основную часть программного материала в пределах поставленных вопросов.
Имеет слабо сформированные и неполные знания и не умеет применять их к решению конкретных вопросов и заданий по образцу.

Критерии оценки практического задания.

5 баллов:
•задания выполнены полностью и правильно (правильно выбран способ решения, формулы записаны верно, оформление работы соответствует образцу); сделаны правильные выводы;

4 балла:
• задания выполнены правильно с учетом 2-3 несущественных ошибок исправленных самостоятельно по требованию преподавателя.

3 балла:
• задания выполнены правильно не менее чем на половину или допущена существенная ошибка.

0 баллов:

• допущены две (и более) существенные ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя.

Итоговая оценка за зачет:
«5» –   10-11 б, «4» – 9-8 б,
«3» – 6-5 б,   «2» – 0-4 б

Информационное обеспечение

Основные источники:

1. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для СПО / Ю. Я. Кацман. — Саратов : Профобразование, 2019. — 130 с. — ISBN 978-5-4488-0031-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS.

2. Катальников, В. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для СПО / В. В. Катальников, Ю. В. Шапарь ; под редакцией И. А. Шестаковой. — 3-е изд. — Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019.

3. Щербакова, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для СПО / Ю. В. Щербакова. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1898-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS .

Дополнительные источники:

1. Малугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. А. Малугин. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 470 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-06572-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/473494

2. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями : учебник для среднего профессионального образования / Ю. Я. Кацман. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 130 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-10083-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/470186